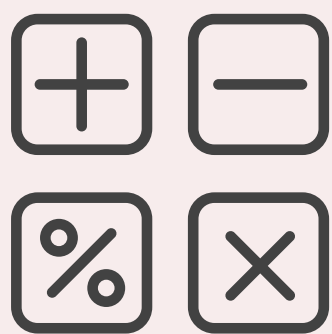
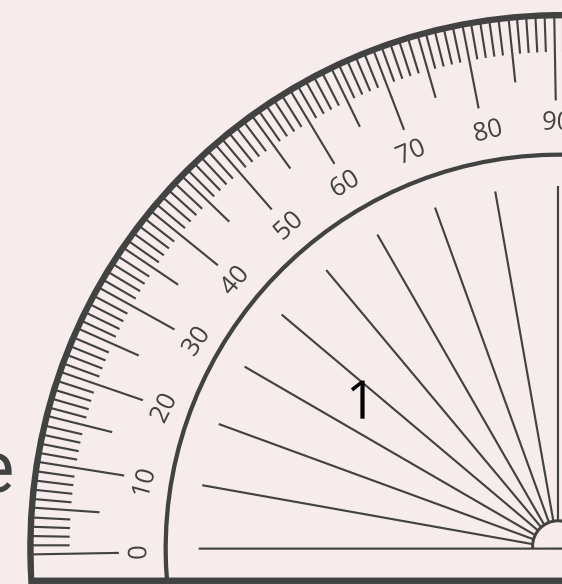
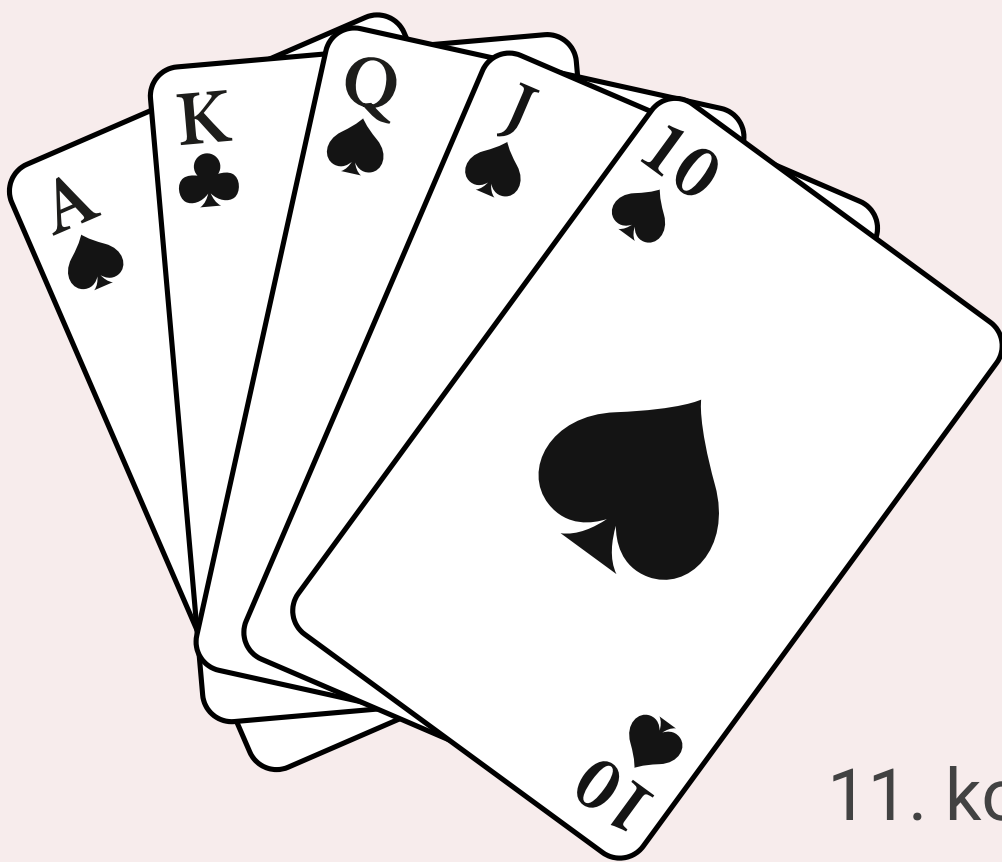
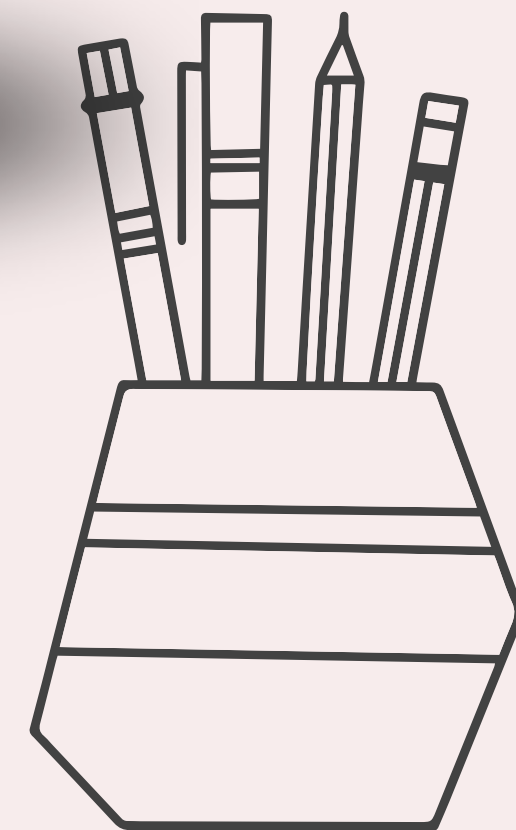
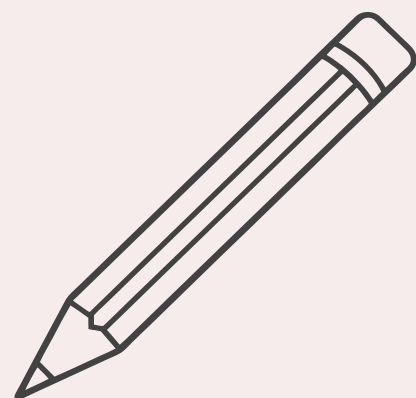




OD ŠIFRE DO SJENE

MATEMATIKA KAO ALAT ZA RAZUMIJEVANJE SVIJETA U RAZREDNOJ NASTAVI

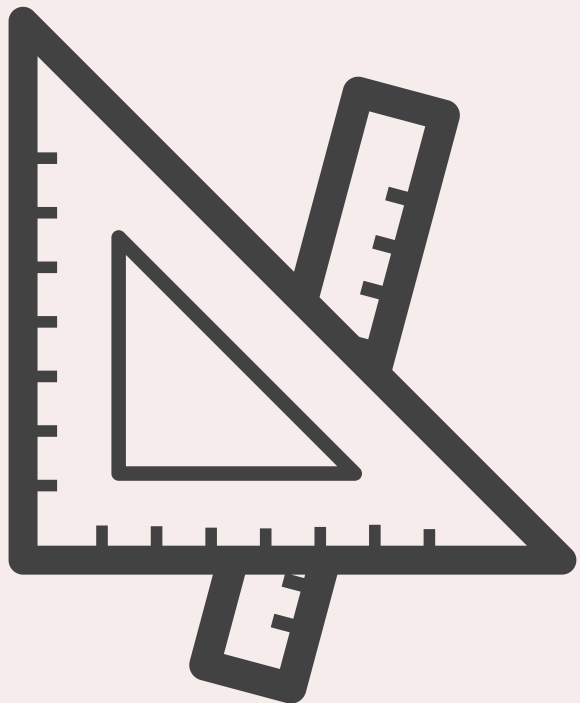


Suzana Bandalo i Sanda Kaniža
Osnovna škola Josipa Antuna Čolnića, Đakovo
11. kongres nastavnika matematike RH – sekcija za učitelje razredne nastave

CDŠ i B1 nastava

B1 dio nastave omogućuje istraživački rad u kojem učenici uče kroz problem, pokušaj, mjerenje i zaključivanje.

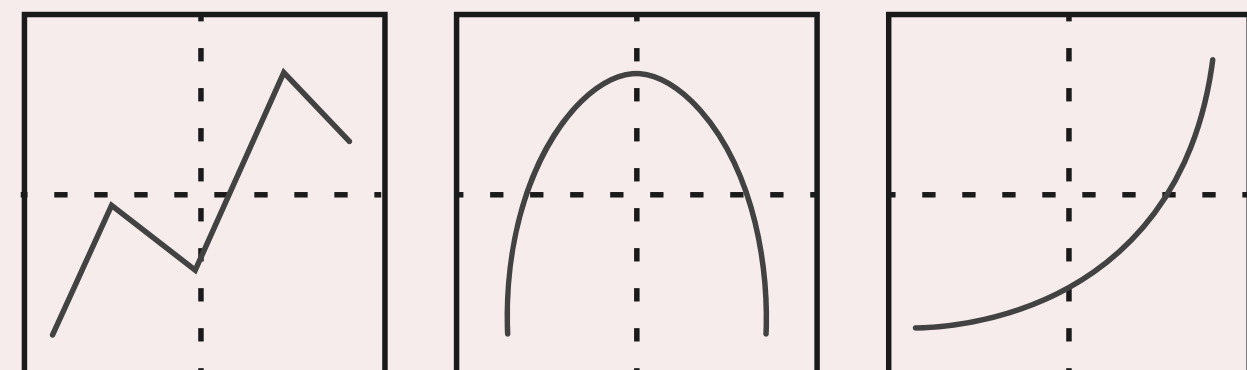
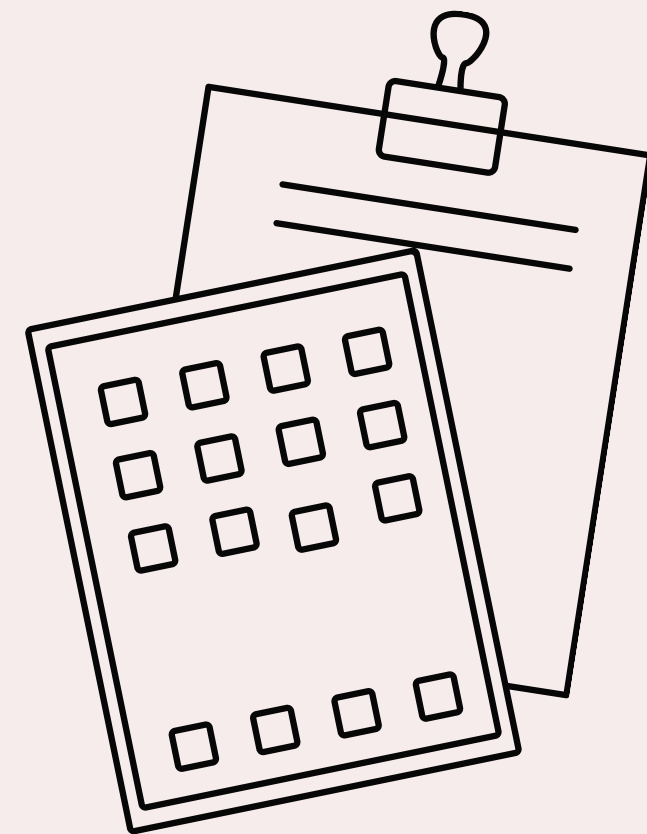
- škola u eksperimentalnom programu cjelodnevne škole
- B1 dio nastave
- STEM grupa
- kombinirana skupina učenika
- prostor za istraživačko i problemsko učenje



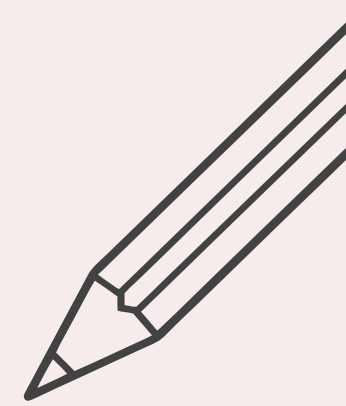
Suradnja RN i PN

Zajedničkim planiranjem iste se teme prilagođavaju učenicima različite dobi i različite razine matematičke sigurnosti.

- ideja nastala početkom godine
- zajedničko planiranje aktivnosti
- pisanje kurikuluma B1 programa
- prilagodba zadataka različitoj dobi učenika
- ista tema, različita razina složenosti

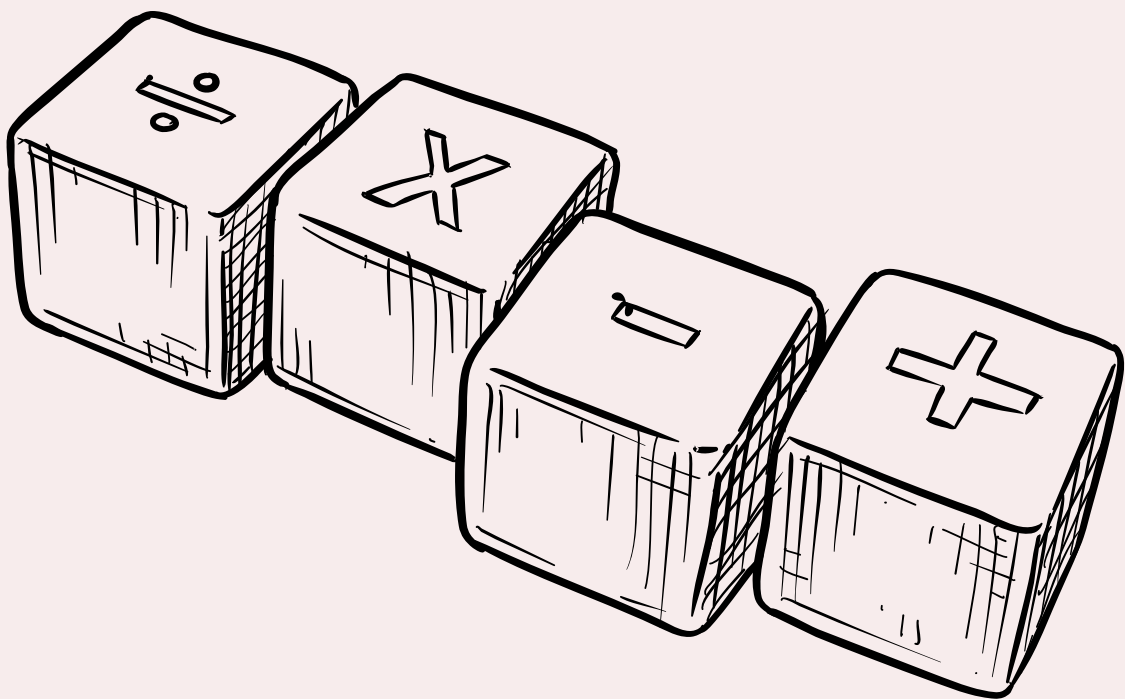


Od šifre do sjene - primjeri



Odabrani primjeri pokazuju kako se matematika pojavljuje u različitim situacijama: u igri, mjerenju, konstrukciji i tjelesnoj aktivnosti.

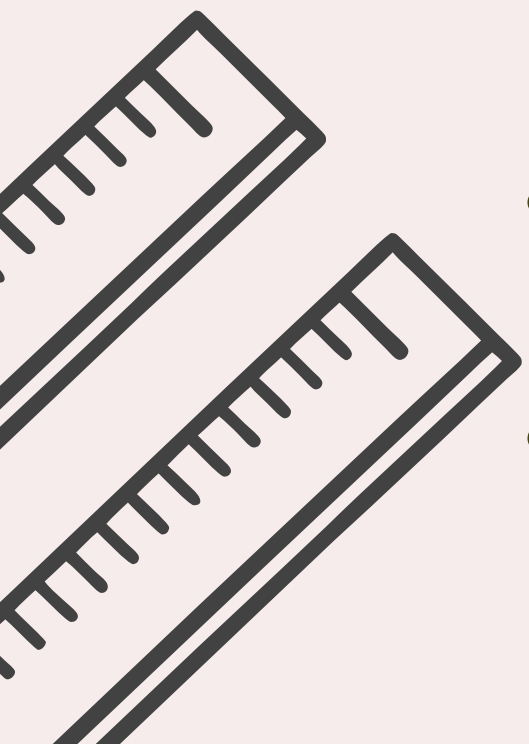
- Kraljičina šifra
- Matematika pod suncem
- Most od špageta
- Umjetna stijena



Kraljičina šifra

Računanje ima stvarnu svrhu: točan rezultat vodi do sljedećeg dijela šifre.

- razvrstavanje podataka
- zbrajanje
- broj kao slovo
- logičko zaključivanje
- suradničko rješavanje problema



1. stanica:

KRALJIČINA BROJČANA ŠIFRA

Pred vama su karte.

Vaš zadatak je:

1. Razvrstati karte po bojama.
2. Zbrojiti brojeve karata ISTE BOJE.
3. Dobiveni broj pretvoriti u slovo abecede.

A = 1

B = 2

C = 3

...

Ž = 30

Kad dobijete sva slova — složite TAJNU RIJEČ prema sljedećem ključu



Slovo u boji PIK je prvi dio završne šifre!

2. stanica

MATEMATIČKI DVOBOJ KRALJIČINA DVORA

Izvucite 3 karte.

Vaš zadatak je:

Koristiti sva tri broja (može više puta jedan) i uz pomoć računskih radnji dobiti broj koji je veći od 49, a manji od 60.

Smijete koristiti zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje. Ne moraju biti sve 4 računske radnje upotrijebljene i računske radnje se smiju ponavljati

Sve tri karte morate iskoristiti.

Kad dobijete rješenje — zapišite postupak i javite se Kraljici.

Drugi dio završne šifre je znamenka na mjestu desetice broja kojeg ste dobili!

3. stanica

KRALJEVSKI RED MORA POSTOJATI!

Na stolu su pomiješane karte.

Vaš zadatak ima 3 koraka:

1. Razvrstajte karte po bojama.
2. Posložite svaku boju od A do K.
3. Sve mora biti uredno i točno.

Imate ograničeno vrijeme!

Kad završite — pozovite Kraljicu da pregleda red.

Treći dio završne šifre je karta koja je slovo na karti prije kralja.

4. stanica

IZGRADNJA KRALJIČINA DVORCA

Kraljica treba novi toranj!

Vaš zadatak:

Izgraditi toranj od karata koji ima najmanje 2 kata.

Toranj mora:

- stajati samostalno
- izdržati 10 sekundi bez padanja

Kad završite — Kraljica testira stabilnost.

Ako toranj preživi test... dobivate zadnji dio šifre i slobodu!

ZAVRŠNA ŠIFRA

--	--	--	--



ELEKTRIČNA ŠIFRA – *Escape Room*

Cilj radionice

Mjerenjem električnih veličina, primjenom Ohmovog zakona, izračunom električne snage te analizom serijskog i paralelnog spoja otpornika otkrij završnu šifru.

Upute

Važno! Riješite svih 12 zadataka. Nakon svakog točno riješenog zadatka dobit ćete jedno slovo. Pažljivo zapisujte dobivena slova redoslijedom kojim rješavate zadatke jer će vam na kraju pomoći otkriti završnu šifru.

ZAVRŠNA ŠIFRA

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.

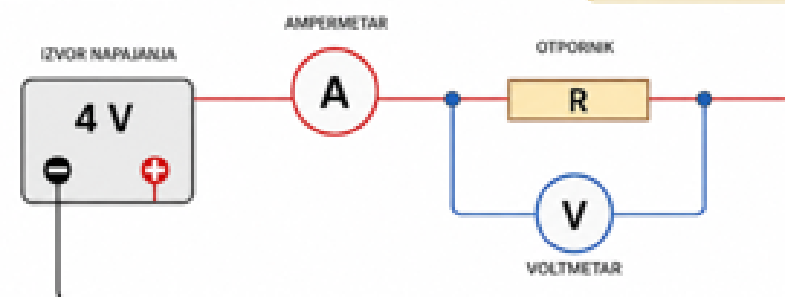
Potreban pribor

Izvor napajanja 4 V, 2 otpornika, spojni vodiči, ampermetar, voltmeter

ZADATAK 1

Postavi izvor napajanja na 4 V.
Spoji jedan otpornik u strujni krug.
Na spojeni otpornik serijski spoji ampermetar
te paralelno voltmeter.

ZADATAK
Izmjeri napon na otporniku i struju koja teče kroz strujni krug. Zatim izračunaj otpor otpornika koristeći formulu:

$$R = \frac{U}{I}$$


Jakost struje	Napon	Otpor

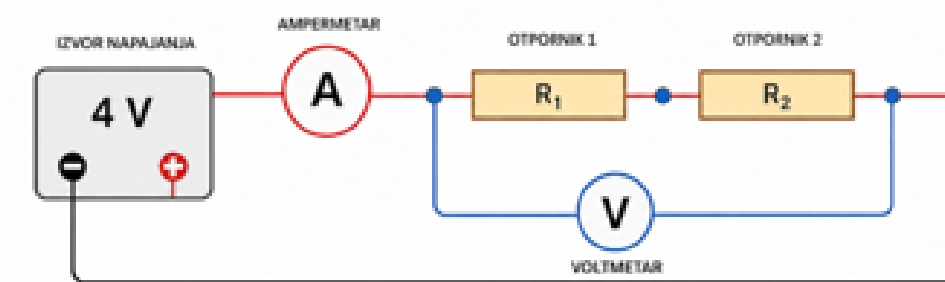
Točan odgovor:

- A) $0,4 \Omega \rightarrow B$
B) $10 \Omega \rightarrow E$
C) $1,6 \Omega \rightarrow S$

ZADATAK 2

Spoji dva otpornika serijski.
Izmjeri struju i odredi ukupni otpor.

ZADATAK
Izmjeri struju u strujnom krugu i izračunaj ukupni otpor serijskog spoja koristeći formulu:

$$R = \frac{U}{I}$$


Jakost struje	Napon	Otpor

Točan odgovor:

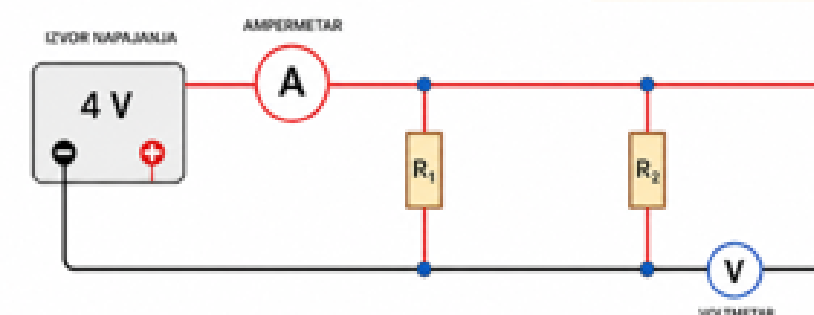
- A) $20 \Omega \rightarrow L$
B) $0,8 \Omega \rightarrow E$
C) $2 \Omega \rightarrow T$

Što zaključuješ o serijskom spoju? _____

ZADATAK 3

Spoji dva otpornika paralelno.
Izmjeri struju i odredi ukupni otpor.

ZADATAK
Izmjeri struju u strujnom krugu i izračunaj ukupni otpor paralelnog spoja koristeći formulu:

$$R = \frac{U}{I}$$


Jakost struje	Napon	Otpor

Točan odgovor:

- A) $20 \Omega \rightarrow R$
B) $15 \Omega \rightarrow U$
C) $5 \Omega \rightarrow E$

ZADATAK 4

Koristeći podatke iz prvog zadatka izračunaj snagu otpornika formulom $P = U \cdot I$.

Točan odgovor:

A) $1,6 \text{ W} \rightarrow \text{K}$

B) $1,2 \text{ W} \rightarrow \text{U}$

C) $1,4 \text{ W} \rightarrow \text{E}$

ZADATAK 5

Napon smanji na 2 V. Spoji otpornik u strujni krug. Odredi novu struju.

Jakost struje	Napon	Otpor

Točan odgovor:

A) $0,2 \text{ A} \rightarrow \text{T}$

B) $0,4 \text{ A} \rightarrow \text{B}$

C) $0,6 \text{ A} \rightarrow \text{S}$

ZADATAK 6

Napon povećaj na 8 V. Odredi novu struju. Objasni izravnu proporcionalnost.

Jakost struje	Napon	Otpor

Točan odgovor:

A) $0,4 \text{ A} \rightarrow \text{O}$

B) $0,6 \text{ A} \rightarrow \text{N}$

C) $0,8 \text{ A} \rightarrow \text{R}$

ZADATAK 7

Otpornik otpora 10Ω spojen je tako da kroz njega teče struja $0,6 \text{ A}$. Na koliki je napon spojen?

Točan odgovor:

A) $4 \text{ V} \rightarrow \text{A}$

B) $5 \text{ V} \rightarrow \text{E}$

C) $6 \text{ V} \rightarrow \text{I}$

ZADATAK 8

Snaga otpornika je $P = 8 \text{ W}$ te je spojen na napon $U = 4 \text{ V}$. Preoblikuj jednadžbu i izračunaj struju.

Točan odgovor:

A) $1 \text{ A} \rightarrow \text{Z}$

B) $2 \text{ A} \rightarrow \text{C}$

C) $3 \text{ A} \rightarrow \text{K}$

ZADATAK 9

Na jednom otporniku teče $0,2 \text{ A}$, a na drugom $0,6 \text{ A}$. Koliki je omjer struja?

Točan odgovor:

A) $1 : 3 \rightarrow \text{I}$

B) $2 : 3 \rightarrow \text{C}$

C) $3 : 1 \rightarrow \text{K}$

ZADATAK 10

Ako se napon poveća tri puta, a otpor ostane isti, kako se mijenja struja?

Točan odgovor:

A) Struja ostaje ista. $\rightarrow \text{A}$

B) Struja se poveća tri puta $\rightarrow \text{T}$

C) Struja se smanji tri puta. $\rightarrow \text{I}$

ZADATAK 11

Ako se električni otpor poveća dva puta, a napon ostane isti, električna struja će:

A) ostati ista $\rightarrow \text{M}$

B) biti dva puta manja. $\rightarrow \text{E}$

C) biti dva puta veća $\rightarrow \text{A}$

ZADATAK 12

Zaokruži točnu tvrdnju:

A) Ukupni otpor u serijskom spoju manji je od svakog pojedinačnog otpora. $\rightarrow \text{A}$

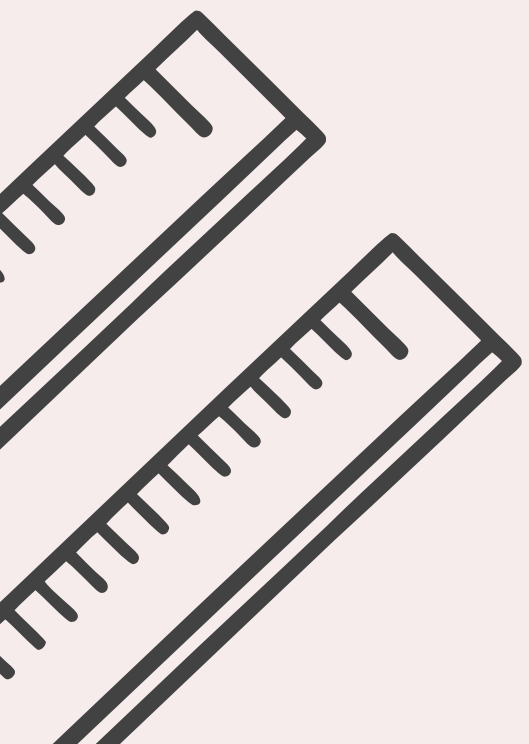
B) Paralelni spoj ima veći ukupni otpor od svakog pojedinačnog otpornika. $\rightarrow \text{Z}$

C) Struja je obrnuto proporcionalna otporu pri stalnom naponu. $\rightarrow \text{T}$

Matematika pod suncem

Učenici procjenjuju visinu objekta koji ne mogu izravno izmjeriti koristeći sjenu i omjer.

- mjerenje sjene
- procjena visine
- omjer
- bilježenje podataka
- rasprava o točnosti mjerenja



STEMovci: Matematika pod suncem

Ime i prezime:	Datum:	Skupina:

Istraživačko pitanje

Možemo li izmjeriti visinu visokog objekta bez penjanja? Danas istražujemo kako pomoću sjene, mjerenja i omjera možemo procijeniti visinu objekata u školskom dvorištu.

1. Pribor

Označi što ste koristili:

☐ metar ☐ olovka ☐ kreda ili štapić ☐ listić za bilježenje ☐ sunčan dan ☐ dobra suradnja

2. Naš poznati predmet

Najprije mjerimo predmet kojem znamo visinu.

Poznati predmet	
Visina poznatog predmeta	_____ cm
Duljina sjene poznatog predmeta	_____ cm

3. Mjerenje objekata u dvorištu

Odaberite nekoliko objekata. Izmjerite duljinu njihove sjene i procijenite visinu objekta.

Objekt koji mjerimo	Duljina sjene objekta	Procijenjena visina objekta
1.	_____ cm	_____ cm
2.	_____ cm	_____ cm

4. Kako računamo?

Primjer

Poznati predmet visok je 100 cm, a njegova sjena duga je 50 cm. Sjena stabla duga je 300 cm. Sjena stabla je 6 puta dulja od sjene poznatog predmeta pa je i visina stabla približno 6 puta veća: $6 \cdot 100 \text{ cm} = 600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$.

5. Naš izračun

Odabrani objekt: _____

Sjena poznatog predmeta	_____ cm
Visina poznatog predmeta	_____ cm
Sjena odabranog objekta	_____ cm
Procijenjena visina objekta:	_____ cm

Račun:

Razlika između procjene i stvarne visine objekta:

Račun:



Određivanje visine predmeta pomoću sjene

Sličnost, sjena i svjetlost u školskom dvorištu

Istraživačko pitanje

Kako možemo odrediti visinu objekta koji ne možemo izravno izmjeriti? Usporedit ćemo sjene, koristiti sličnost trokuta, proporcionalnost i razmisliti zašto se duljina sjene mijenja tijekom dana.

1. Pribor:

metar, štap poznate visine, predmeti nepoznate visine, štapovi nepoznate visine, kreda/oznaka, kalkulator, sunčan dan, dobra suradnja

2. Fizikalno objašnjenje – nastanak sjene

Zašto nastaje sjena? Kako se svjetlost rasprostire prostorom?

Pomoću svjetiljke i loptice stvori sjenu na zidu.

Napišite kratko objašnjenje koristeći pojmove svjetlost, prepreka i pravocrtno rasprostiranje svjetlosti.

3. Skica situacije

Nacrtajte poznati predmet, nepoznati predmet, njihove sjene i označite slične trokute.

4. Poznati predmet

Poznati predmet	
Visina poznatog predmeta h_1	cm
Duljina sjene poznatog predmeta s_1	cm

5. Mjerenje odabranih objekata

Predmet	Procijenjena visina predmeta	Sjena objekta s_2	Vrijeme
1.		cm	
2.		cm	
3.		cm	
4.		cm	

6. Naš izračun visine predmeta h_2 pomoću proporcionalnosti

Zapišite omjer (proporcionalnost) i izračunajte visinu odabranog objekta.

visina poznatog predmeta : sjena poznatog predmeta = visina objekta : sjena objekta

7. Pogreška mjerenja

Što može utjecati na točnost mjerenja? Zaokružite i dopišite svoje ideje.

neravan teren • sjena nije jasno vidljiva • netočno očitavanje metra • pomicanje Sunca • krivo postavljen štap

drugo _____

8. Zaključak i izazov

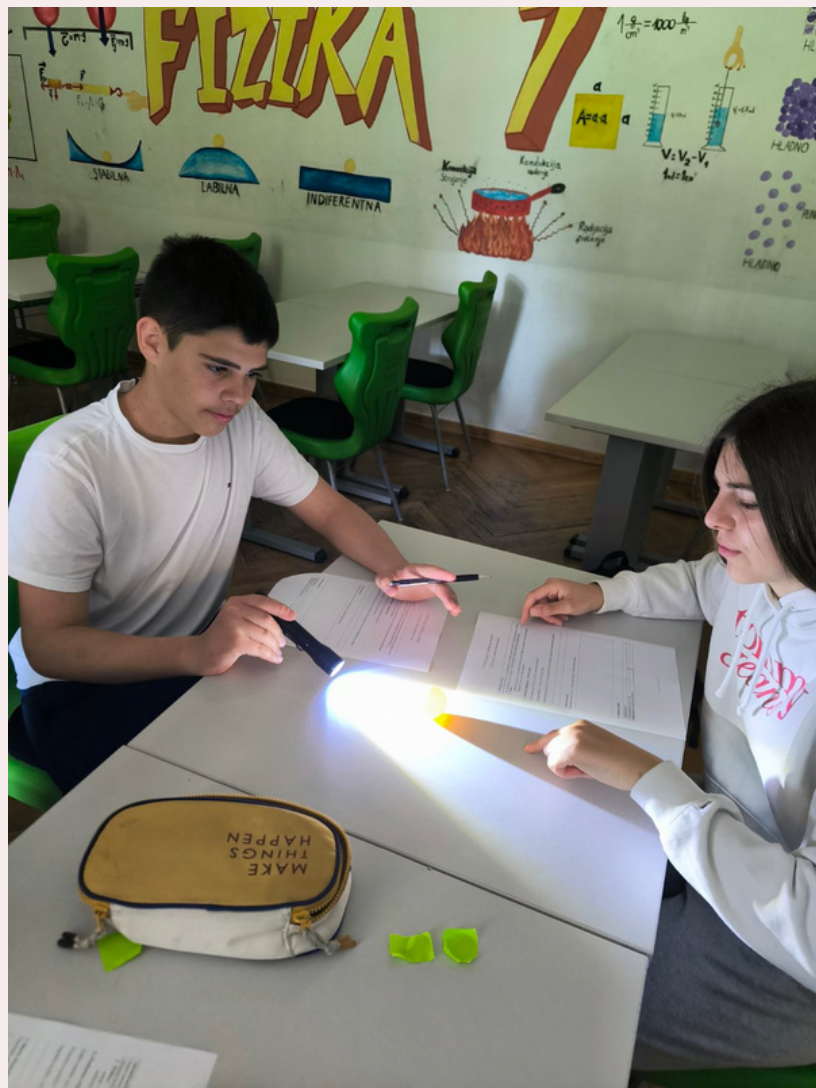
Danas smo naučili da visinu nedostupnog objekta možemo procijeniti pomoću

_____ i _____.

Bi li sjena istog stabla bila jednako duga ujutro, u podne i kasno poslijepodne? Objasnite.

9. Samoprocjena

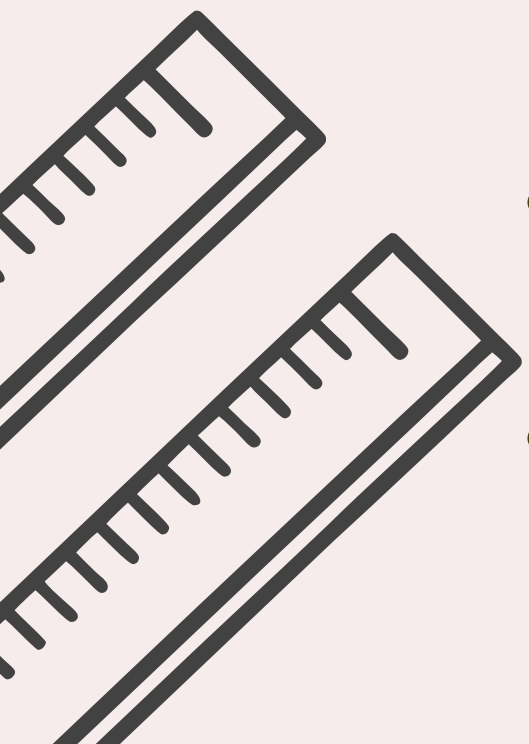
Tvrdnja	Još vježbam	Uglavnom razumijem	Potpuno razumijem
Znam objasniti zašto nastaje sjena.	☐	☐	☐
Znam primijeniti omjer za procjenu visine.	☐	☐	☐
Znam navesti što utječe na točnost mjerenja.	☐	☐	☐



Most od špageta

Model se planira, izrađuje, testira i poboljšava nakon provjere nosivosti.

- konstrukcija
- stabilnost
- nosivost
- pokušaj i pogreška
- poboljšavanje rješenja



STEMovci: Most od špageta

Skupina:

Datum:

Istraživačko pitanje

Kako od ograničenog broja špageta i plastelina izraditi most koji će biti što stabilniji i moći nositi što veći teret?

1. Pribor i pravila rada

Označite što ste koristili:

☐ špageti ☐ plastelin ☐ ravnalo/metar ☐ utezi ili predmeti za opterećenje ☐ olovka ☐ dobra suradnja

Pravila: most mora povezati dvije „obale“, stajati samostalno i izdržati test nosivosti. Svaka skupina radi s jednakim ili dogovorenim brojem materijala.

2. Plan prije gradnje

Koliki raspon most treba premostiti?	_____
Koliki teret mislimo da će most izdržati?	_____

Skica našeg mosta prije izrade:

3. Testiranje našeg mosta

Je li most stajao samostalno?	☐ da ☐ ne ☐ djelomično
Najveći teret koji je most izdržao:	_____
Što se dogodilo pri testiranju?	_____
Što bismo poboljšali?	_____

4. Usporedba rezultata triju skupina

Upišite rezultate svih skupina nakon testiranja.

Skupina	Raspon mosta	Najveći teret
1. skupina	_____ cm	_____
2. skupina	_____ cm	_____
3. skupina	_____ cm	_____

5. Matematička usporedba

a) Koja je skupina izradila most koji je izdržao najveći teret?

b) Koja je skupina upotrijebila najmanje špageta?

c) Je li most koji je upotrijebio najviše materijala bio i najuspješniji? Objasnite.

d) Kolika je razlika između najvećeg i najmanjeg tereta koji su mostovi izdržali?

6. Zaključak skupine

Dopunite rečenice.

Naš most bio je stabilan / nestabilan jer _____.

Najviše nam je pomoglo _____.

Kad bismo ponovno gradili most, promijenili bismo _____.

Naučili smo da oblik konstrukcije utječe na _____.

7. Samoprocjena

Tvrdnja	Još vježbam	Uglavnom razumijem	Potpuno razumijem
Znam objasniti zašto je naš most bio stabilan ili nestabilan.	☐	☐	☐
Uspoređujem rezultate naše i drugih skupina.	☐	☐	☐
U skupini sam surađivao/surađivala.	☐	☐	☐



Most od špageta

1. Istraživačko pitanje

Kako oblik konstrukcije utječe na stabilnost, ravnotežu i nosivost mosta?

2. Pribor

dvije kocke – oslonci mosta, papiri, špageti, vruće ljepilo, ravnalo, utezi za testiranje nosivosti

3. Pravila rada

- 1. Razmak između dvije kocke mora biti 20 cm.
- 2. Most mora samostalno stajati između oslonaca.
- 3. Prije testiranja konstrukcije učenici trebaju provjeriti stabilnost laganim bočnim pritiskom.
- 4. Nakon prvog testiranja dopušteno je poboljšati konstrukciju.

Zadatak 1 – Ravni papir

Postavite dvije kocke kao oslonce mosta. Razmak između oslonaca mora biti 20 cm. Položite ravan papir između oslonaca i postupno dodajte utege.

Koliku masu može izdržati ravni papir prije nego se savije ili padne? Masa utega: _____

Zadatak 2 – Papir u obliku harmonike

Savijte isti papir u oblik harmonike tako da dobijete trokutaste pregibe. Ponovno postavite papir između oslonaca i dodajte utege.

Koliku masu sada most može izdržati? Masa utega: _____

Koliko puta veću masu može izdržati u odnosu na ravni papir: _____

Zadatak 3 – Harmonika + špageti

Ponovno koristite papir savijen u harmoniku. U trokutaste dijelove dodajte špagete i učvrstite ih vrućim ljepilom. Postupno dodajte utege dok konstrukcija ne popusti.

Koliku masu most sada može izdržati? Masa utega: _____

Koliko puta veću masu može izdržati u odnosu na ravni papir: _____

Koliko puta veću masu može izdržati u odnosu na papir - harmoniku: _____

Što je najviše povećalo čvrstoću mosta? _____

Konstrukcije od špageta

Pokidajte špagete na duljine od približno 5 cm. Izradite dvije bočne strane mosta:

- prvo u obliku trokuta
- zatim u obliku kvadrata



Dvije strane povežite špagetima na vrhu kako biste dobili most. Prije dodavanja utega lagano stisnite konstrukciju bočno i provjerite stabilnost.

Ispitivanje nosivosti

Konstrukcija	Masa utega	Je li bila stabilna?	Što smo primijetili?
Ravni papir			
Harmonika			
Harmonika + špageti			
Trokuti			
Kvadrati			

Razmislimo

Gdje se nalaze oslonci mosta? _____

Gdje je težište mosta? _____

Kako je oblik konstrukcije utjecao na nosivost? _____

Kako su trokuti utjecali na stabilnost mosta? _____

Potrošnja materijala

Špagete ste rezali na duljine od približno 5 cm.

- 1. Prebrojite koliko ste komada špageta upotrijebili za:

- trokutastu konstrukciju: _____
- kvadratnu konstrukciju: _____

- 2. Izračunajte ukupnu duljinu upotrijebljenih špageta.

Trokutasta konstrukcija : Ukupna duljina špageta: _____

Kvadratna konstrukcija: Ukupna duljina špageta: _____

- 3. Usporedite potrošnju materijala.

- Koja je konstrukcija koristila više materijala? _____

Koja je konstrukcija bila stabilnija? _____

- Koja konstrukcija je bila bolji izbor s obzirom na potrošnju materijala i nosivost?



Umjetna stijena

Isti događaj postaje matematički zadatak na dvije razine: obrada podataka u razrednoj nastavi i analiza kretanja u predmetnoj nastavi.

- isti poticaj za razrednu i predmetnu nastavu
- mlađi učenici: visina, vrijeme, razlika, grafikon
- stariji učenici: brzina, omjeri, analiza podataka
- primjer stvarne vertikalne



PENJANJE NA UMJETNU STIJENU

Matematički listić – 3. razred

Ime i prezime: _____

Datum: _____

1. Prikupi podatke

Upiši rezultate četvero učenika iz svoje skupine.

Ime učenika/učenice **Visina penjanja** **Vrijeme penjanja**

1. _____ m _____ s

2. _____ m _____ s

3. _____ m _____ s

4. _____ m _____ s

Ja: _____ m _____ s

2. Usporedi visinu penjanja

a) Tko se popeo najviše?

Odgovor: _____

b) Tko se popeo najniže?

Odgovor: _____

c) Kolika je razlika između najveće i najmanje visine?

Najveća visina: _____ m

Najmanja visina: _____ m

Račun: _____

Odgovor: _____

3. Usporedi vrijeme penjanja

a) Tko se penjao najkraće?

Odgovor: _____

b) Tko se penjao najdulje?

Najdulje vrijeme: _____ s

Najkraće vrijeme: _____ s

Račun: _____

Odgovor: _____

4. Poredaj rezultate

Poredaj učenike od **najniže** do **najviše** dosegnute visine.

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

5. _____

5. Izračunaj ukupnu visinu penjanja

Zbroji visine penjanja svih učenika iz tablice.

Račun: _____

Odgovor: Ukupno su se popeli _____ m.

6. Nacrtaj stupčasti grafikon

U grafikon upiši imena učenika i nacrtaj stupce prema visini penjanja.

Naslov grafikona: Visina penjanja učenika

Visina

8 m |

7 m |

6 m |

5 m |

4 m |

3 m |

2 m |

1 m |

0 m | _____

PENJANJE NA UMJETNU STIJENU

Ime i prezime: _____ Datum: _____

1. Izračun gravitacijske potencijalne energije, rada i snage

Pomoću izmjerenih podataka (mase učenika, dosegnute visine i vremena penjanja) izračunajte:

1. Za koliko se povećala gravitacijska potencijalna energija vašeg tijela tijekom penjanja na umjetnu stijenu?
2. Koliki ste rad obavili prilikom penjanja. Pretpostavite da je sav rad uložen na povećanje gravitacijske potencijalne energije?
3. Kolika je bila vaša prosječna snaga tijekom penjanja?

Zapišite sve poznate podatke, napišite formule koje koristite, provedite račun i napišite odgovor s odgovarajućim mjernim jedinicama.

Masa učenika (kg)	
Dosegnuta visina (m)	
Vrijeme penjanja (s)	
Izračunati rad (J)	
Izračunata snaga (W)	

2. Izračunaj prosječnu brzinu penjanja.

$$v = h / t$$

2. ISTRAŽIVANJE GUSTOĆE OSOLONACA

Na stijeni označi kvadrat dimenzija 1 m × 1 m.

Koliko oslonaca ima u jednom kvadratnom metru?

3. POVRŠINA UMJETNE STIJENE

Visina stijene: _____ m

Širina stijene: _____ m

Izračunajte površinu umjetne stijene.

Površina stijene iznosi: _____ m²

4. PROCJENA UKUPNOG BROJA OSOLONACA

Ukupan broj oslonaca = površina stijene × broj oslonaca u 1 m²

Račun:

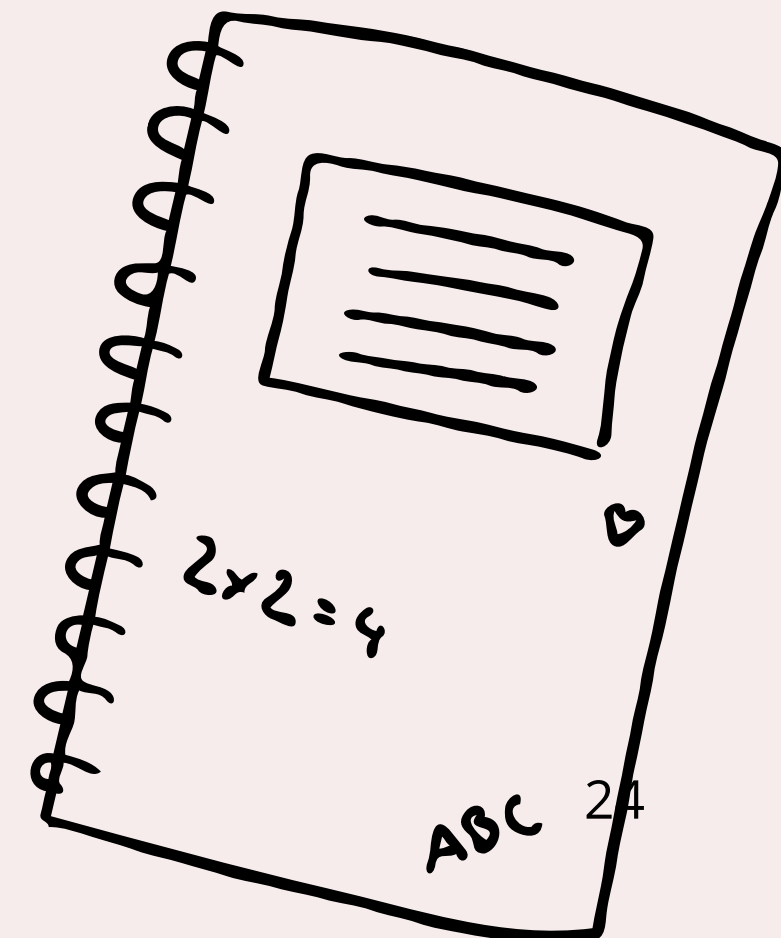
Na stijeni se nalazi približno:

_____ oslonaca



Povezivanje matematičkih sadržaja

- brojevi Aktivnosti povezuju više domena kurikuluma i više matematičkih procesa.
- mjerenje
- podatci i grafički prikazi
- oblik i prostor
- logičko zaključivanje
- matematičko modeliranje



Suradnje koje šire STEM kulturu

- radionica matematičke pismenosti s prof. Anom Katalenić
- povezivanje škole s vanjskim stručnjacima
- širenje STEM kulture izvan jedne skupine
- STEM mobilni laboratorij



STEM mobilni laboratorij



Festival znanosti



Zašto je to dobro za učenike?

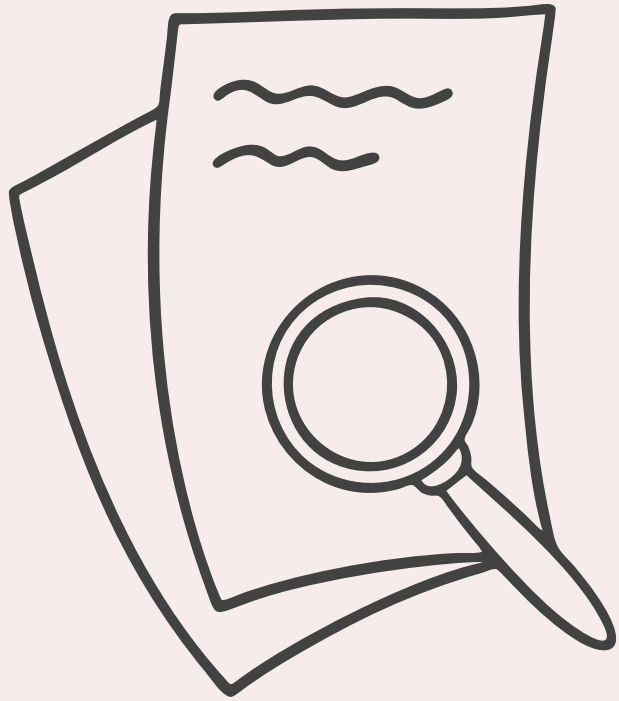
- matematika ima smisao
- učenici aktivnije sudjeluju
- lakše prihvataju pogrešku
- objašnjavaju svoje postupke
- povezuju školu sa stvarnim svijetom



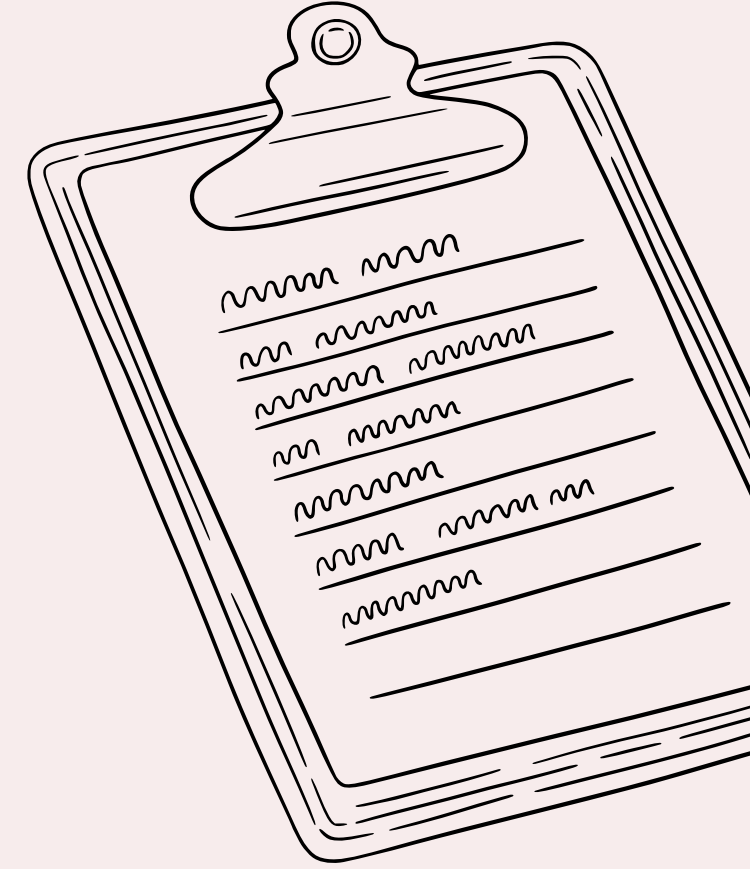
Pokazatelj održivosti

- učenici ponovno upisuju B1 STEM grupu
- broj zainteresiranih učenika raste
- aktivnosti postaju prepoznatljive u školi
- interes učenika potvrđuje vrijednost rada





Zaključak



B1 STEM aktivnosti pokazale su da se matematičko mišljenje u razrednoj nastavi može razvijati kroz stvarne probleme, suradničko istraživanje, različite razine zadataka i povezivanje s predmetnom nastavom.

