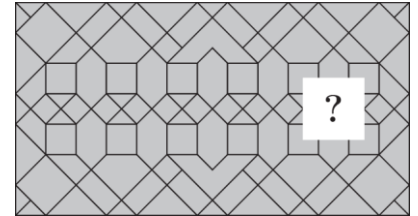


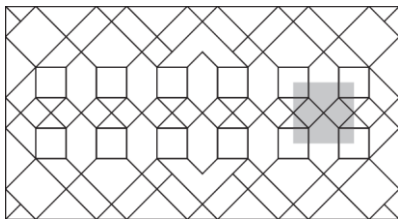
Pitanja za 3 boda

1. [Iran] Koji od prikazanih dijelova može upotpuniti uzorak?






- A)  B)  C)  D)  E) 



Rješenje: B



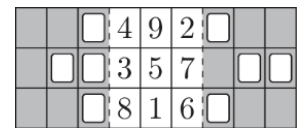
2. [Danska] Kora je izgradila zid koji prikazuje 2025. godinu. Margita stoji iza zida. Što vidi Margita?

- A)  B)  C)  D)  E) 

Rješenje: B

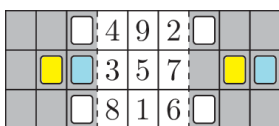
Sa stražnje strane 0 ostaje nepromijenjena, 2 se pretvara u 5, a 5 u 2. Gledano s desna na lijevo, ona vidi 2505.

3. [Tunis] Viktor ima listić s brojevima i dva dijela s rupama koja se preklapaju preko listića, kao što je prikazano na slici. Desni preklop savija duž isprekidane linije pa kroz rupe vidi brojeve 2, 3, 5 i 6. Zatim savija lijevi preklop duž druge isprekidane linije. Koliki je zbroj brojeva koje sada vidi?



- A) 10 B) 12 C) 14 D) 9 E) 8

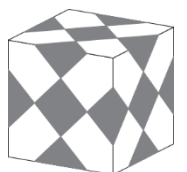
Rješenje: E

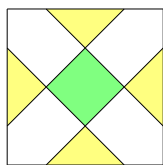


Istom bojom označene su rupe koje se preklapaju. Kroz žutu se vidi broj 5, a kroz plavu broj 3. Zbroj je 8.

4. [Slovačka] Kocka je ukrašena tako da se na nju lijepe jednaki sivi kvadrati. Sve strane kocke izgledaju isto, kao što je prikazano na slici. Koliko ukupno ima sivih kvadrata?

- A) 30 B) 18 C) 16 D) 15 E) 14



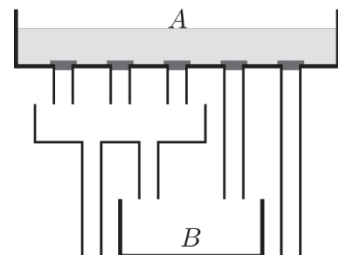
Rješenje: B

Na svakoj strani kocke zalijepljen je jedan cijeli kvadrat i četiri polovine kvadrata, tj. na jednoj strani zalijepljeni dio odgovara trima kvadratima.

Ukupno je zalijepljeno $6 \cdot 3 = 18$ kvadrata.

5. [Švicarska] Posuda A sadrži 10 litara vode. Svih pet jednakih čepova na dnu posude vadi se istovremeno i voda istječe. Koliki volumen vode ulazi u posudu B?

- A) 3 litre B) 4 litre C) 5 litara D) 6 litara E) 8 litara

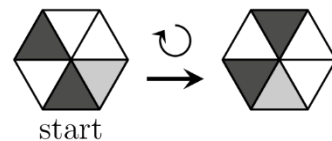
**Rješenje: C**

Kroz svaku od cijevi iz posude A isteče $10 : 5 = 2$ litre vode. U posudu između A i B ulazi $3 \cdot 2 = 6$ litara vode, a od te količine polovina, tj. $6 : 2 = 3$ litre, ulazi u posudu B. To znači da u posudu B ulazi 5 litara vode.

drugi način

U posudu B ulazi $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{10} + \frac{2}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ količine vode iz posude A, a to je 5 litara.

6. [Njemačka] Lucija okreće šesterokutni list papira koji je podijeljen na šest jednakih trokuta. Papir okreće u smjeru vrtnje kazaljki na satu. Početni položaj papira i rezultat jedne rotacije prikazani su na slici. Kako je postavljen list papira nakon osam rotacija?



- A) B) C) D) E)

Rješenje: A

Šesterokutni će papir doći u početni položaj nakon 6 rotacija. Ostatak pri dijeljenju broja 8 sa 6 je 2 pa je položaj jednak onome nakon dvije rotacije, a to je prikazano na slici A.

7. [Katalonija] U utrci je sudjelovalo šestero djece. Ada je utrku završila na trećem mjestu. Boris je stigao šesti, odmah iza Emila. Franka je stigla između Ade i Emila. Dina je pretekla Cvjetka neposredno prije cilja. Tko je pobijedio u utrci?

- A) Ada B) Cvjetko C) Dina D) Emil E) Franka

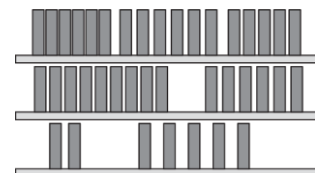
Rješenje: C

Na osnovi informacija odmah možemo odrediti položaj za troje djece: 3. Ada, 5. Emil, 6. Boris.

Budući da je Franka stigla između Ade i Emila, Franka je na četvrtom mjestu. To znači da su Cvjetko i Dina na prva dva mjesta. No, Dina je pretekla Cvjetka neposredno prije cilja pa je ona pobijedila u utrci.

Konačan poredak: 1. Dina, 2. Cvjetko, 3. Ada, 4. Franka, 5. Emil, 6. Boris.

8. [Hong Kong] U ormaru za knjige s tri police 17 je knjiga na gornjoj, 15 je knjiga na srednjoj, a 7 knjiga na donjoj polici. Uma želi presložiti knjige tako da ih na svim policama bude isti broj. No, želi to napraviti tako da premjesti najmanji mogući broj knjiga. Koliko knjiga u tom slučaju treba premjestiti sa srednje na donju policu?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Rješenje: B

Ukupno ima $17 + 15 + 7 = 39$ knjiga pa na svakoj polici želi imati $39 : 3 = 13$ knjiga. Najmanje moguće knjiga premjestit će ako premjesti na donju policu četiri knjige s gornje, a dvije sa srednje police. Tako će na sve tri police imati 13 knjiga.

Pitanja za 4 boda

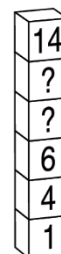
9. [Rusija] Tri klokan sudjeluju u utrci na stazi duljine 10 km. Svaki od njih kreće se stalnom brzinom. Kad prvi klokan završi utrku, drugi je prešao četvrtinu, a treći petinu staze. Koliko će treći klokan biti udaljen od cilja kada drugi završi utrku?

- A) 1 km B) 2 km C) 3 km D) 4 km E) 5 km

Rješenje: B

Kada drugi klokan prijeđe četvrtinu staze, treći je prešao petinu. Tada drugom klokanu ostaje dio staze tri puta veći od onog koji je prešao. To znači da će za to vrijeme treći klokan prijeći dio staze tri puta veći od onog koji je prešao, odnosno tri petine staze. Kada drugi klokan završi utrku, trećemu će ostati još petina staze do cilja, a to je $10 : 5 = 2$ km.

10. [Njemačka] Roberta je izgradila toranj od blokova kao na slici. Blokove označene upitnicima želi zamijeniti blokovima s cijelim brojevima. No, želi da blokovi u tornju budu složeni tako da broj na svakome od blokova bude za najmanje 2 veći od broja na bloku neposredno ispod njega. Na koliko različitih načina to može napraviti?



- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Rješenje: D

Blok iznad onog s brojem 6 može imati oznaku najmanje 8. U tom slučaju iznad može doći blok s oznakom 10, 11 ili 12 jer je $12 + 2 = 14$. To može napraviti na tri različita načina: 1, 4, 6, 8, 10, 14; 1, 4, 6, 8, 11, 14 ili 1, 4, 6, 8, 12, 14.

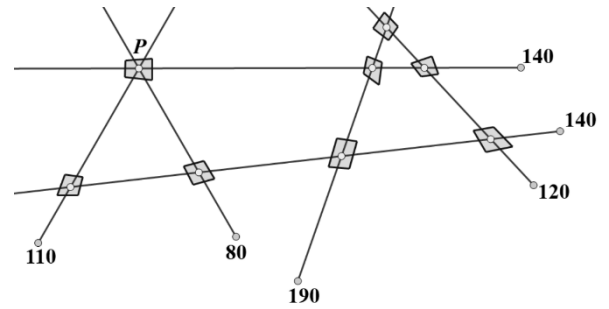
Ako je oznaka bloka iznad onog s brojem 6 jednaka 9, onda iznad može staviti blokove s oznakama 11 i 12. To može napraviti na dva različita načina: 1, 4, 6, 9, 11, 14 ili 1, 4, 6, 9, 12, 14.

Ako je oznaka bloka iznad onog s brojem 6 jednaka 10, onda iznad može staviti samo blok s oznakom 12. To je još jedan načina: 1, 4, 6, 10, 12, 14.

Iznad bloka s oznakom 6 ne može staviti blok s oznakom 11 ili većom jer je $11 + 2 = 13$, a $13 + 2 = 15 > 14$.

Ukupno ima 6 različitih načina.

11. [Hrvatska] Na planu grada označeno je šest ulica i osam parkova. U parkovima su postavljeni QR kodovi koji daju informacije o biljkama ili životinjama koje žive na tome mjestu. Kod svake je ulice označen ukupan broj QR kodova u parkovima koji se nalaze u toj ulici. Broj QR kodova u nekom parku jedan je od prvih osam višekratnika broja 10, a svi parkovi imaju različit broj QR kodova. Koliko ima QR kodova u parku P?



- A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

Rješenje: C

Uočimo da je samo park *P* smješten u tri istaknute ulice.

Označimo broj QR kodova u tom parku s *p*.

$$p \in \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\}.$$

$$110 + 80 + 190 + 120 + 140 + 140 = 780$$

U dobivenom zbroju, broj QR kodova u svakome parku zbrojen je dva puta, osim onih iz parka *P* koji su zbrojeni tri puta.

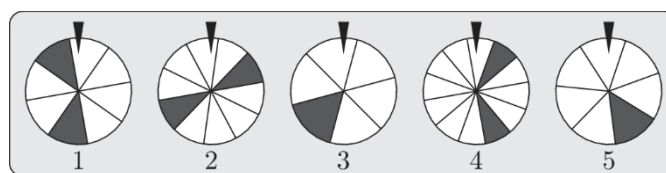
Budući da je $10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 = 360$, vrijedi:

$$2 \cdot 360 = 780 - p$$

$$720 = 780 - p$$

$$p = 60$$

12. [Norveška] Slika pokazuje pet kola sreće. Svako se kolo sastoji od jednakih dijelova, ali za različita je kola broj tih dijelova različit. Za svako kolo nagrada se dobiva ako se kolo zaustavi na oznaci sa svojim osjenčanim dijelom. Koje kolo daje najveću šansu za osvajanje nagrade?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Rješenje: A

Na prvom kolu osjenčana su dva od ukupno osam dijelova pa je šansa $\frac{2}{8}$.

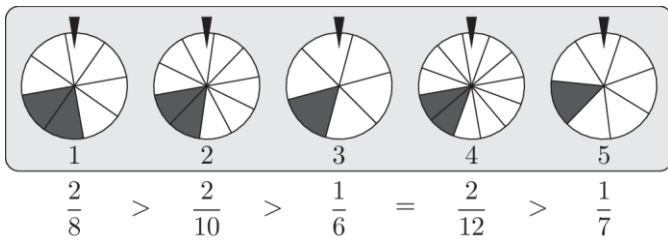
Na drugom kolu osjenčana su dva od ukupno deset dijelova pa je šansa $\frac{2}{10}$.

Na trećem kolu osjenčan je jedan od ukupno šest dijelova pa je šansa $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$.

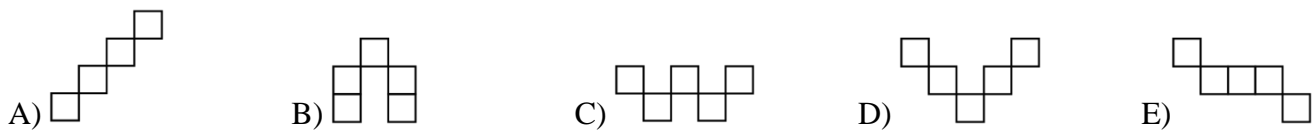
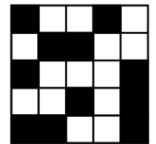
Na četvrtom kolu osjenčana su dva od ukupno dvanaest dijelova pa je šansa $\frac{2}{12}$.

Na prvom kolu osjenčan je jedan od ukupno sedam dijelova pa je šansa $\frac{1}{7} = \frac{2}{14}$.

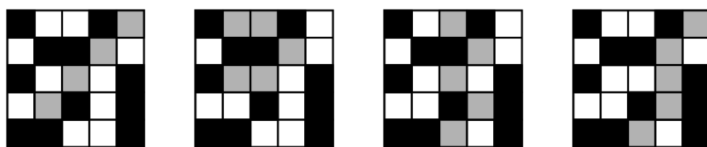
Najveću šansu za osvajanje nagrade daje prvo kolo.



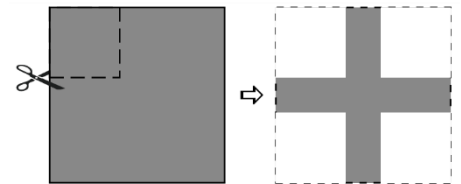
13. [Njemačka] Koji se oblik, postavljen u bilo kojem položaju, ne može postaviti na bijeli dio kvadrata prikazanog na slici?



Rješenje: D



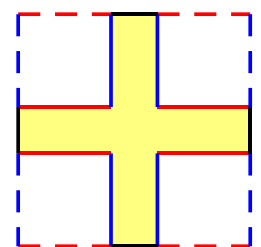
14. [Brazil] Marija izrezuje četiri jednaka kvadrata iz uglova kvadratnog papira, kao što je prikazano na slici. Ukupna izrezana površina je 16 cm^2 , a površina križa koji ostaje je 9 cm^2 . Koliki je opseg križa u centimetrima?



- A) 9 B) 16 C) 20 D) 25 E) 32

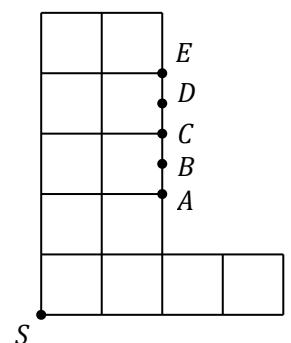
Rješenje: C

Površina papira iz kojeg izrezuje kvadrate je $16 + 9 = 25 \text{ cm}^2$. To znači da mu je duljina stranice 5 cm, a opseg 20 cm. Uočimo da je opseg križa jednak opsegu kvadratnog papira, pa je i opseg križa 20 cm.

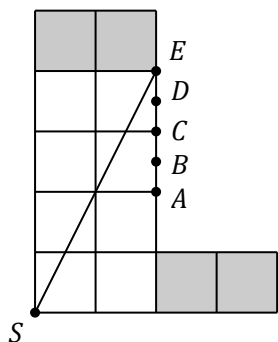


15. [Turska] Lik na slici sastoji se od sukladnih kvadrata. Točka B polovište je dužine \overline{AC} , a točka D polovište je dužine \overline{CE} . Lota želi podijeliti taj lik na dva dijela jednake površine. Da bi to učinila, koju od točaka A, B, C, D ili E treba spojiti ravnom crtom s točkom S?

- A) A B) B C) C D) D E) E



Rješenje: E



16. [Poljska] Luka želi napisati 0 ili 1 u svako polje tablice tako da zbroj brojeva u svakom retku, svakom stupcu i na dijagonalama bude jednak 3. Već je upisao jednu nulu u tablicu. Kad popuni sva polja, koliki će biti zbroj brojeva u poljima označenim znakom upitnika?

	?		
		0	
?			?
	?		

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Ne može se točno odrediti.

Rješenje: B

Kako je u drugom retku upisano 0, u sva ostala polja mora upisati 1. Isto vrijedi i za treći stupac i dijagonalu od lijevog donjeg do desnog gornjeg vrha.

	?	1	1
1	1	0	1
?	1	1	?
1	?	1	

Ako odaberemo bilo koji znak upitnika i umjesto njega upišemo 0 ili 1 te popunimo ostatak tablice, zbroj brojeva na mjestima označenim znakom upitnika bit će 2.

0	1	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0
1	0	1	1

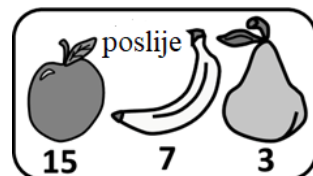
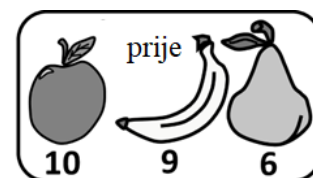
1	0	1	1
1	1	0	1
0	1	1	1
1	1	1	0

Zadatci za 5 bodova

17. [Grčka] Vještica je imala 10 jabuka, 9 banana i 6 krušaka. Izvela je neku čaroliju i svaki komad voća pretvorila u jedan od druge dvije vrste.

Sad ima 15 jabuka, 7 banana i 3 kruške. Koliko je jabuka promijenila u banane?

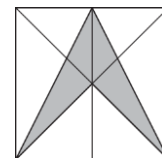
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



Rješenje: E

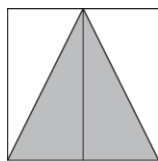
Uočimo da je ukupan broj banana i krušaka prije promjene $9 + 6 = 15$, a broj jabuka nakon promjene također je 15. To znači da je sve banane i sve kruške pretvorila u jabuke. Kad ne bi bilo tako, npr. da je jednu bananu pretvorila u krušku, onda bi broj jabuka nakon promjene bio $8 + 6 = 14$. Isto bismo dobili da pretpostavimo da je jednu krušku pretvorila u bananu pa bi broj jabuka nakon promjene bio $9 + 5 = 14$. Budući da nijedna banana prije nije bila kruška, niti je ijedna kruška prije bila banana, znači da su sve banane i sve kruške prije bile jabuke. To znači da je vještica 7 jabuka pretvorila u banane.

18. [Španjolska] Duljina stranice prikazanog kvadrata je 10 cm. Vertikalna linija dijeli ga na dva sukladna pravokutnika. Kolika je površina osjenčanog dijela?

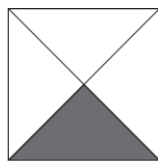


- A) 12.5 cm^2 B) 25 cm^2 C) 30 cm^2 D) 40 cm^2 E) 50 cm^2

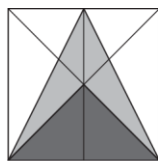
Rješenje: B



$$100 \text{ cm}^2 : 2 \\ = 50 \text{ cm}^2$$



$$100 \text{ cm}^2 : 4 = \\ = 25 \text{ cm}^2$$



$$50 \text{ cm}^2 - 25 \text{ cm}^2 \\ = 25 \text{ cm}^2$$

19. [Argentina] Janko nikad ne govori istinu utorkom, četvrtkom i subotom. Ostale dane u tjednu uvijek govori istinu. Jednog su dana Matej i Janko vodili sljedeći razgovor:

Matej: „Koji je danas dan?“

Janko: „Subota.“

Matej: „Koji će dan biti sutra?“

Janko: „Srijeda.“

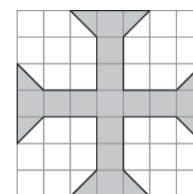
Koji su dan vodili ovaj razgovor?

- A) ponedjeljak B) utorak C) srijeda D) četvrtak E) petak

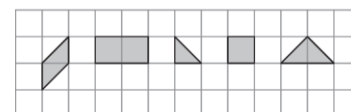
Rješenje: D

Odgovori su proturječni, tako da su razgovarali neki dan kad Janko ne govori istinu. To sigurno nije subota zbog prvog odgovora, a nije ni utorak zbog drugog odgovora. To znači da su razgovarali u četvrtak.

20. [Puerto Rico] Karlo želi na slici složiti križ pomoću pločica raznih oblika prikazanih ispod križa. Svaki dio može okretati po volji, a na raspolaganju ima mnogo dijelova svake vrste. Prilikom slaganja dijelovi se ne smiju preklapati. Koji je najmanji mogući broj dijelova koji treba iskoristiti za slaganje željenog oblika?

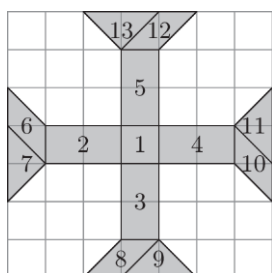


- A) 11 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

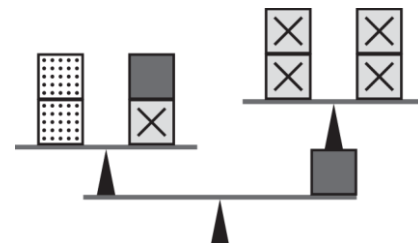


Rješenje: C

Na slici je prikazan način na koji se može složiti oblik križa koristeći najmanji mogući broj ponuđenih pločica. Potrebne su četiri pločice prve vrste, četiri pločice druge vrste, jedna pločica četvrte vrste i četiri pločice pete vrste – ukupno 13 pločica.



21. [Finska] Devet blokova uravnoteženo je na način prikazan na slici. Jednako označeni blokovi imaju istu masu. Jan želi poredati različite blokove od najtežeg do najlakšeg. Koji će poredak složiti?



- A) B) C)
 D) E)

Rješenje: A

Na slici uočimo različite blokove , a njihove mase označimo redom a , b i c . Na većoj vagi nalaze se i dvije manje vage pa njihove mase označimo s v .

Zbog ravnoteže na većoj vagi vrijedi:

$$2a + b + c + v = 4c + v + b$$

$$2a = 3c \Rightarrow a > c$$

Zbog ravnoteže na lijevoj, manjoj vagi vrijedi:

$$2a = b + c$$

$$3c = b + c$$

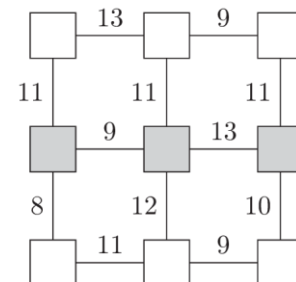
$$2c = b \Rightarrow b > c$$

Sad zaključujemo da je $b > a$ jer je $2a = 3c \Rightarrow a = \frac{3}{2}c$, $a b = 2c$.

Konačan poredak je $b > a > c$, tj.

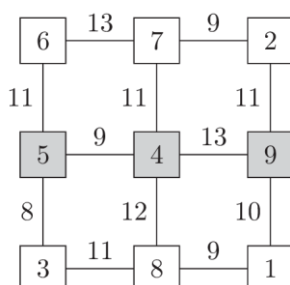
22. [Poljska] Nika želi upisati brojeve od 1 do 9 u kvadratiće lika prikazanog na slici tako da u svaki kvadratić upiše točno jedan broj. Također, Nika želi da zbroj brojeva upisanih u susjedne kvadratiće bude jednak broju upisanom na crti koja ih spaja. Koliki će biti zbroj brojeva upisanih u osjenčanim kvadratićima?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 20 E) 21

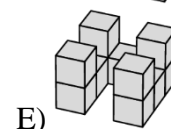
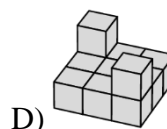
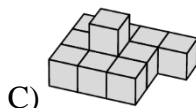
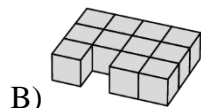
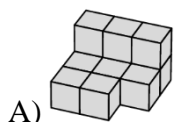


Rješenje: C

Ako u neki kvadratić upiše 1, tada je broj koji spaja taj kvadratić i njemu susjedni manji ili jednak 10. Jedini kvadratić sa svojstvom da sve crte koje izviru iz njega imaju brojeve manje ili jednake 10 je donji desni. Time je pozicija broja 1 jedinstveno određena, a potom jednostavno popunimo ostale kvadratiće. Zbroj brojeva u osjenčanim kvadratićima je $5 + 4 + 9 = 18$.



23. [Njemačka] Zlatan kombinira tri građevna bloka prikazana na slici desno. Koju od sljedećih konstrukcija može napraviti?



Rješenje: D

A) nije moguće jer barem jedan od blokova na gornjoj razini konstrukcije mora doći od drugog građevnog bloka, no tada više nema mjesta za preostale;

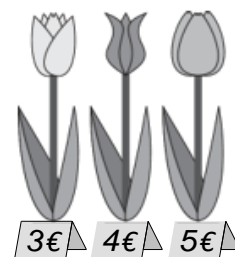
B) nije moguće jer nedostaje barem jedan blok na gornjoj razini konstrukcije zbog drugog građevnog bloka;

C) nije moguće jer ako postavi drugi građevni blok tako da od njega dolazi jedini blok na gornjoj razini konstrukcije, za preostala dva više nema mjesta;

D) moguće je tako da jedan blok iz gornje razine konstrukcije dolazi od drugog, a jedan iz trećeg građevinskog bloka;

E) nije moguće jer na gornjoj razini konstrukcije može imati najviše tri bloka.

24. [Danska] Jelena želi kupiti buket cvijeća. Cijene triju vrsta cvijeća koje može kupiti prikazane su na slici. Koliko različitih buketa može složiti ako je cijena buketa točno 23 €?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Rješenje: D

Ako je cijena 23 €, ne može kupiti buket od samo jedne vrste cvijeća.

Označimo s a broj cvjetova cijene 3 €, s b broj cvjetova cijene 4 € i s c broj cvjetova cijene 5 €.

Popunimo tablicu prema slučajevima, svi brojevi u tablici moraju biti nenegativni cijeli, a rješenja ćemo dobiti ako je $23 - (3a + 4b)$ djeljivo s 5.

a	b	$3a$	$4b$	$23 - (3a + 4b)$	c
0	1	0	4	19	/
	2		8	15	3
	3		12	11	/
	4		16	7	/
	5		20	3	/
	6		24	/	/
1	0	3	0	20	4
	1		4	16	/
	2		8	12	/
	3		12	8	/
	4		16	4	/
	5		20	0	0
2	0	6	0	17	/
	1		4	13	/
	2		8	9	/
	3		12	5	1
	4		16	1	/
	5		20	/	/

3	0	9	0	14	/
	1		4	10	2
	2		8	6	/
	3		12	2	/
	4		16	/	/
4	0	12	0	11	/
	1		4	7	/
	2		8	3	/
	3		12	/	/
5	0	15	0	8	/
	1		4	4	/
	2		8	0	0
6	0	18	0	5	1
	1		4	1	/
7	0	21	0	2	/
	1		4	/	/
8	0	24	0	/	/

Broj cvjetova s cijenom 3 € ne može biti veći od 7 jer bio tada cijena buketa bila veća od 23 €. Stoga se dalje tablica ne popunjava.

Ukupno ima 7 različitih buketa cijene 23 €:

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 23$$

$$1 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 23$$

$$1 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 23$$

$$2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 5 = 23$$

$$3 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 23$$

$$5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 23$$

$$6 \cdot 3 + 1 \cdot 5 = 23$$