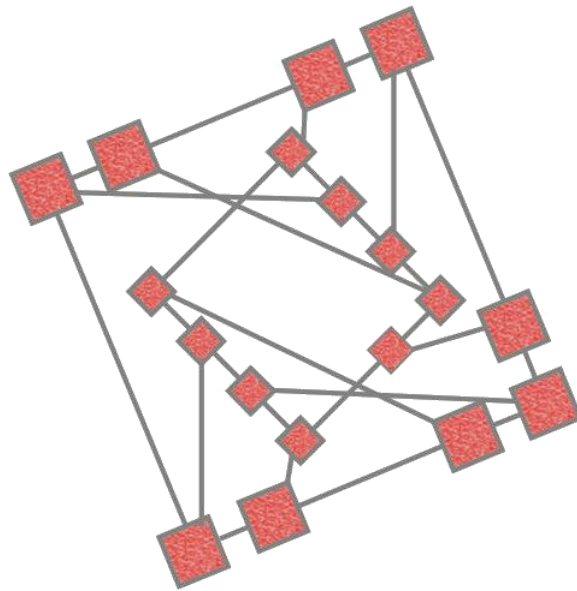


# HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO



## 10. KONGRES NASTAVNIKA MATEMATIKE REPUBLIKE HRVATSKE

Zagreb, 1. – 2. srpnja 2024.

## SEKCIJA PREDMETNE NASTAVE



## POGLED NA UNAPRJEĐENJE NASTAVE GEOMETRIJE KROZ SURADNJU U MATEMATIČKOM OBRAZOVANJU

**Branka Antunović**

[bantunovic@unipu.hr](mailto:bantunovic@unipu.hr)

Sveučilište Jurja Dobrile Pula, Fakultet za  
odgojne i obrazovne znanosti

**Tanja Mihoković**

[tanja.mihokovic1@skole.hr](mailto:tanja.mihokovic1@skole.hr)

Osnovna škola Tar - Vabriga

### Prošireni sažetak

Uloga učitelja u nastavi matematike ključna je za formiranje temelja razmišljanja i shvaćanja matematičkih koncepta kod učenika. Praksa i istraživanja u obrazovanju ukazuju na učestale poteškoće učenika s razumijevanjem apstraktnih matematičkih pojmova, pogotovo u području geometrije. No, istraživanja pružaju smjernice za unaprjeđenje nastave matematike i potiču suradnju između istraživača i praktičara kako bi se unaprijedili obrazovni procesi te potaknuo razvoj matematičkih kompetencija učenika.

Jedan od mogućih oblika te suradnje predstavljen je u ovome radu kroz model kolaboracijskog akcijskog istraživanja koji se proveo u suradnji učitelja matematike, istraživača i učenika sedmih razreda. Fokus je bio na razvoju geometrijskog mišljenja, ulozi vizualizacije u procesu razumijevanja geometrijskih konceptata i razvoju "geometrijskog oka" koji predstavlja matematički pristup geometrijskim figurama kroz usklađivanje vizualizacije i verbalizacije. Integrirajući teorijske spoznaje u praktične nastavne aktivnosti, istraživanje ističe važnost povezivanja različitih prikaza, proces dimenzijske dekonstrukcije geometrijskih figura, kao i operiranje s geometrijskim figurama kroz opisivanje i argumentaciju. Poseban je naglasak stavljen na razvijanje i njegovanje znanja i vještine operiranja geometrijskim objektima kako bi se postigla i iskoristila njihova heuristička uloga u procesu rješavanja problema ili procesu dokazivanja. Kroz kolaboracijsko akcijsko istraživanje, uloga istraživača postupno je evoluirala u inkluzivnu suradnju s učiteljima. Od početne dominantne uloge istraživača kao pokretača i voditelja istraživanja, preko zajedničkih rasprava, prijedloga materijala i načina rada, do sekundarne uloge istraživača kao promatrača i kritičkog prijatelja, postignuti su značajni napredci u nastavnoj praksi i razumijevanju geometrijskih sadržaja kod učenika.

Ovaj model akcijskog istraživanja pokazao je prirodan i produktivan način primjene teorijskih nalaza u praksi te je istaknuo ulogu vizualizacije u razvoju geometrijskog mišljenja. Također, rezultati istraživanja ukazuju na pozitivne promjene u učiteljskim stavovima o poučavanju geometrije i njihovom utjecaju na postignuća učenika.

Kroz cjelovit, kvalitativan i refleksivan pristup nastavi geometrije, nastavnici mogu bolje razumjeti načine na koje učenici grade svoje mišljenje te ih potaknuti na uspješnu izgradnju mreže geometrijskih konceptata i procesa, promovirajući novu kulturu učiteljske odgovornosti u primjeni akcijskog istraživanja u učionici.

**Ključne riječi:** akcijsko istraživanje, dimenzijska dekonstrukcija, geometrijska figura

**Literatura:**

1. Bonner, P. (2006). Transformation of Teacher Attitude and Approach to Math Instruction through Collaborative Action Research. *Teacher Education Quarterly*, 33(3), 27-44.
2. Duval, R. (1995). Geometrical Pictures: Kinds of representation and specific processes. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematical education* (pp. 142-157). Berlin: Springer.
3. Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking - The registers of semiotic representations*. Cham: Springer International Publishing.
4. Schoenfeld, A. H. (2019). Reframing teacher knowledge: A research and development agenda. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*.
5. van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. London: Academic Press, Inc.

## RAZVOJ „GEOMETRIJSKOG OKA“ - radionica

**Nives Baranović**

[nives@ffst.hr](mailto:nives@ffst.hr)

Filozofski fakultet  
Sveučilišta u Splitu

**Branka Antunović**

[bantunovic@unipu.hr](mailto:bantunovic@unipu.hr)

Sveučilište Jurja Dobrile Pula,  
Fakultet za odgojne i  
obrazovne znanosti

**Tanja Mihoković**

[tanja.mihokovic1@skole.hr](mailto:tanja.mihokovic1@skole.hr)

Osnovna škola Tar -  
Vabriga

### Prošireni sažetak

Razvojem „geometrijskog oka“, odnosno sposobnosti uočavanja, identificiranja i povezivanja odgovarajućih dijelova unutar složene cjeline u svrhu otkrivanja geometrijskih svojstava te odgovarajuće matematičke poruke, osigurava se geometrijska snaga pojedinca potrebna u rješavanju problema i dokazivanju tvrdnji. Proces razvoja „geometrijskog oka“ započinje stjecanjem praktičnog iskustva, postavljanjem tvrdnji temeljenih na učenom te argumentiranjem njihove istinitosti povezivanjem s već poznatim definicijama, aksiomima i teoremima. Dodatno, rješavanjem odgovarajućih zadataka za razvoj „geometrijskog oka“ razvijaju se i odgovarajući oblici mišljenja i obratno.

U uvodnom dijelu radionice opisat će se proces razvoja „geometrijskog oka“ koji se može i treba trenirati, a u nastavku sudionici će se upoznati s odgovarajućim zadacima koji prate opisani proces. Nakon rješavanja zadataka, samostalno ili u grupama, uslijedit će rasprava i zaključci o svrhovitosti i mogućnostima odabranih zadataka.

S obzirom na to da je rješavanje zadataka najčešća aktivnost u nastavi matematike, cilj radionice jest ukazati upravo na različite vrste zadataka kojima se potiče razvoj „geometrijskog oka“ kao i različitih oblika mišljenja. Sve to s namjerom funkcionalnog povezivanja matematičkih procesa i domena u svrhu ostvarivanja ishoda učenja geometrije.

**Ključne riječi:** algebarsko mišljenje, funkcijsko mišljenje, geometrijsko mišljenje, vizualno mišljenje

### Literatura:

1. Antunovic-Piton, B., & Baranovic, N. (2022a). Factors affecting success in solving a stand-alone geometrical problem by students aged 14 to 15. CEPS Journal, 12(1), 55-79.

2. Baranović, N. & Antunović-Piton, B. (2021) Ways of discovering general rules of growing geometric patterns by students aged 15 to 17 In: Kolar-Begović, Z., Kolar-Šuper, R. & Katalenić, A. (ed.) *The 8th International Scientific Colloquium MATHEMATICS AND CHILDREN* founded by Margita Pavleković.
3. Fujita, T., & Jones, K. (2002). The bridge between practical and deductive geometry: developing the 'geometrical eye'. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME26)* (pp. 384-391). PME.

## TIPS AND TRICKS U GEOGEBRI - OD UČITELJA ZA UČITELJE radionica

**Damir Belavić**

[dbelavic@gmail.com](mailto:dbelavic@gmail.com)

Osnovna škola Ludina, Velika Ludina

### Sažetak radionice

U razgovoru s učiteljima primijetio sam da većina njih ima poteškoća s pripremom jednostavnih zadataka za svoje učenike. Iako je važno uložiti određeno vrijeme u pripremu za nastavu, ako ta priprema traje predugo, gubi se smisao. Ako radimo geometrijske slike u Wordu i PowerPointu, onda se priprema zna produžiti, a i kvaliteta slika i crteža je upitna.

Na radionici će učitelji imati priliku upoznati se s različitim vrstama GeoGebra aplikacija i saznati koju odabrati, ovisno o njihovim potrebama i ciljevima u nastavi. Također će naučiti kako ova aplikacija može ubrzati proces pripreme za nastavu i izradu zadataka kako bi se stvorile kvalitetne geometrijske slike potrebne za listiće, ispite i slično. Usklađivanje boja i oznaka na slikama važan je aspekt pripreme materijala za nastavu. Učitelji će naučiti kako prilagoditi boje i oznake kako bi bile jasne i pregledne za učenike.

Crtajući slike u GeoGebri možemo dobiti puno komponenata koje nam nisu potrebe te ih je potrebno „sakriti“, što i nije problem, ali GeoGebra nam omogućuje crtanje zahtjevnih crteža u jednom redu, što može biti brzo i korisno za pripremu ilustracija i demonstracija u nastavi. Na radionici će biti prikazano kako to postići na efikasan način.

Prilagođavanje pozadine, mijenjanje i prilagođavanje vrijednosti na koordinatnim osima bit će detaljno objašnjeno kako bi se osiguralo da slike budu što informativnije i korisnije za učenike, posebno prilikom sastavljanja zadataka u cjelinama o linearnoj ovisnosti i jednadžbi pravca.

Učitelji će također naučiti kako samostalno izraditi okvirne dokumente kao predloške koje mogu kasnije mijenjati i prilagođavati prema potrebama svoje nastave.

Zatim će se upoznati s crtanjem 3D tijela u samo nekoliko poteza i izradom mreža tijela u jednom potezu. Biti će prikazane i još neke „napredne“ funkcionalnost GeoGebrine aplikacije koje može svatko jednostavno koristiti.

Radionica će biti sažetak prikaza materijala za nastavu kroz sve razrede i odabrane cjeline, gdje će biti predstavljeni razni trikovi i savjeti koje sam koristio kako bih si olakšao stvaranje slika i demonstracijskih dokumenata za nastavu. Učitelji će imati priliku naučiti kako efikasno primijeniti ove tehnike u svojoj svakodnevnoj pripremi za nastavu matematike.

Poželjno je da učitelji na radionicu donesu svoja računala na kojima mogu instalirati GeoGebru i organizirati si dokumente napravljene u GeoGebri.

**Ključne riječi:** GeoGebra, jednostavni trikovi i upute.

**Literatura:**

1. <https://www.geogebra.org/>



# ZAPOČETI PITANJEM, A KAKO ZAVRŠITI?

## Radionica

Damir Belavić

[dbelavic@gmail.com](mailto:dbelavic@gmail.com)

Osnovna škola Ludina, Velika Ludina

### Prošireni sažetak radionice

Već više od dvije godine sat matematike započinjem pitanjem. Ponekad nekim izazovnim pitanjem, a ponekad nekim klasičnim pitanjem u *neklasično* vrijeme. Otkrio sam da je ovo izvanredan način motivacije učenika. Učenici su iznimno aktivni i voljni nastaviti dalje s matematičkim aktivnostima. Međutim, nakon upoznavanja pristupa opisanog u knjizi *Building Thinking Classrooms*, situacija s pitanjima postala je još bolja i učenici su bili puno više angažirani. No, započeti pitanjem i raditi u skupinama na vertikalnim pločama samo je vrh sante leda. Ispod toga se skriva još puno zanimljivih ideja, uputa i savjeta.

Na radionici će biti riječi o tome što možete očekivati kada započnete put opisan u knjizi, kako dobra pitanja mogu biti loše postavljena ako nisu usmjerena na poticanje dubljeg razmišljanja i istraživanja. Ključ je naučiti kako postaviti pitanja koja potiču učenike na kritičko razmišljanje i rješavanje problema, te ih usmjeravaju prema otkrivanju matematičkih koncepata.

Važno je odmaknuti se od uloge učitelja kao izvora svih odgovora i umjesto toga postati voditelj procesa učenja te potaknuti učenike da samostalno istražuju, postavljaju pitanja i rješavaju probleme, dok učitelj pruža podršku i smjernice kada je to potrebno. Pomoć učenicima treba biti usmjerena na poticanje njihova razmišljanja, umjesto da im se izravno daju odgovori.

Rad u grupama na vertikalnim pločama može stvoriti kaotičnu situaciju u razredu, ali to je neki uređeni kaos koji potiče kreativno razmišljanje i suradnju. Važno je naučiti kako efikasno organizirati grupni rad, poticati komunikaciju i dijeljenje ideja te osigurati da svaki član grupe pridonosi procesu učenja. Pitanje je kako na kraju sažeti sve te ideje u smislenu cjelinu. Također, bilježnice učenika mogu biti alat za aktivno razmišljanje, ne samo za zapisivanje gotovih rezultata. Kako možemo potaknuti učenike da aktivno zabilježe svoje misli, ideje, strategije i procese rješavanja problema? Vrednovanje u ovom pristupu obuhvaća više od tradicionalnih testova i ocjena. Važno je promatrati proces učenja, sudjelovanje učenika, njihovu sposobnost rješavanja problema i kritičkog razmišljanja te prilagoditi evaluaciju prema tim ciljevima.

Radionica će biti organizirana uz interaktivne aktivnosti, diskusije i primjere iz prakse. Na radionici će sudionici saznati:

- kako i kada postaviti dobra pitanja

- kako i na koji način odmaknuti učitelja iz uloge „ja sam odgovor na sva pitanja“
- kako pomagati učenicima, a opet potaknuti na razmišljanje
- na koji način sažeti strukturirani kaos rada u grupama
- što i kako zapisati u bilježnice tako da učenici aktivno razmišljaju
- kako vrednovati učenički rad u skupinama

**Ključne riječi:** Building Thinking Classrooms, kvalitetna pitanja, sažimanje, vrednovanje, zapisi učenika.

**Literatura:**

1. Liljedahl P., (2021), Building Thinking Classroom in Mathematics, (Grades K -12): 14 teaching practices for enhancing learning, Thousand Oaks, CA: Corwin Press Inc.

## STARI TEOREM O ČETIRI BOJE U NOVOM RUHU

Marica Brzica, Mirjana Kovačević Bašić

[marica.brzica@skole.hr](mailto:marica.brzica@skole.hr) , [mirjana.kovacevic-basic@skole.hr](mailto:mirjana.kovacevic-basic@skole.hr)

Osnovna škola Visoka, Split; Osnovna škola Žnjan-Pazdigrad, Split

### Prošireni sažetak

Cilj je ovoga predavanja prikazati kreativnu i inovativnu primjenu matematičkog *Teorema o četiri boje* u radu s darovitim učenicima, i to kroz tri faze digitalizacije škola. U početcima informatizacije nastave i pri našim prvim doticajem s pametnom pločom, skupina darovitih učenika iz OŠ Visoka u Splitu upoznala je Teorem o četiri boje. Zadatak je bio proučiti teorem, povijesnu pozadinu nastanka teorema te osmisliti projekt u kojem će po stavkama teorema obojiti svijet uz pomoć digitalnih tehnologija.

Prva faza realizirana je bojenjem slijepih karata kontinenta svijeta, država Europe, županija Hrvatske, općina Splitsko-dalmatinske županije, kotara grada Splita te ulica četvrti Visoka u kojem je smještena naša škola – sve po stavkama Teorema o četiri boje, a koristeći bojanke na listovima papira i bojice. Sljedeći korak ostvaren je učitavanjem slijepih karata u SMART programu pametne ploče te uz korištenje resursa programa, prikazivanjem svega s fizičkih bojanke u digitalnom obliku. To su bili naši prvi digitalni koraci. Projekt je realiziran tijekom nekoliko mjeseci, a kao konačni rezultat projekta nastala je e-knjiga: <https://www.flipsnack.com/mbrzica/moj-kvart-u-etiri-boje-7xcehut6rh/full-view.html> .

Tijekom faze e-Škola i digitalizacije svih, pa i naših škola, nova generacija darovitih učenika OŠ Visoka proučila je početne faze projekta te pokazala da novootkriveni web alati ubrzavaju proces kroz koji su prošli učenici iz prve faze. Isto su kreirali u više alata: Canva, Jamboard, Genially te su u puno kraćem vremenu dobili estetski ljepše prikazane grafove bojenja država, kotara, ulica,... To je bila druga faza razvoja ovog našeg projekta. Povezali smo se s učenicima iz OŠ Žnjan-Pazdigrad koje smo online susretom upoznali s cijelim projektom. Pridružili su nam se aktivno u ovoj fazi, što će se vidjeti tijekom predavanja.

Sada sasvim nove generacije učenika naših škola u svijetu AI alata pokušavaju dobiti iste, slične i inovativnije rezultate projekta na istu temu. Ušli smo u treću fazu, fazu umjetne inteligencije. U toj smo fazi ostvarili još jednu visokovrijednu suradnju – uključili smo učenike s teškoćama iz COOR Podravsko sunce Koprivnica. Uz pomoć AI alata počeli smo bojiti naše županije, općine, kotare i ulice. Jesmo li uspjeli u svome naumu i jesmo li uistinu dobili bolje i kreativnije rezultate? Dođite i poslušajte!

**Ključne riječi:** AI alati, digitalizacija, kreativnost, Teorem o četiri boje

**Literatura:**

1. <https://www.flipsnack.com/mbrzica/moj-kvart-u-etiri-boje-ft3exf5ko.html> (2019.)
2. <https://goranagnjdicmath.files.wordpress.com/2015/06/problem-bojanja.pdf> (2015.)
3. <https://hrcak.srce.hr/file/89408> (2010.)
4. <https://www.mathos.unios.hr/~mdjunic/uploads/diplomski/KOL28.pdf> (2018.)

# AI ČAROLIJA U RADNIM LISTIĆIMA

## Radionica

**Marica Brzica, Mirjana Kovačević Bašić**

[marica.brzica@skole.hr](mailto:marica.brzica@skole.hr) , [mirjana.kovacevic-basic@skole.hr](mailto:mirjana.kovacevic-basic@skole.hr)

Osnovna škola Visoka, Split; Osnovna škola Žnjan-Pazdigrad, Split

### Prošireni sažetak

Radionica izrade radnih listića u Canvi pruža učiteljima matematike priliku da unaprijede svoje nastavne materijale korištenjem digitalnih alata. Kroz praktično iskustvo i interaktivne demonstracije sudionici će naučiti koristiti Canvu, popularni digitalni alat za dizajn, kako bi stvorili privlačne, funkcionalne i prilagođene radne listiće koji će poboljšati kvalitetu nastave matematike. Canva je digitalni alat koji nudi poseban plan za odgojno-obrazovne djelatnike, pod nazivom „Canva for Education“, unutar kojeg učitelji mogu besplatno koristiti veliki raspon resursa. Voditelji će na radionici pokazati kako aktivirati tu opciju.

Radni listići ključni su materijali u nastavi matematike jer pružaju učenicima priliku za praktičnu primjenu i vježbu naučenih koncepta. Canva olakšava proces stvaranja ovih materijala, pružajući korisnicima intuitivan alat koji omogućuje brzo i jednostavno dizajniranje. Uz bogatu biblioteku predložaka, grafika i fontova, Canva pruža učiteljima mogućnost da personaliziraju svoje radne listiće prema potrebama svojih učenika. U Canvu je integriran izvrstan matematički alat koji svakako olakšava rad.

Jedna od ključnih prednosti Canve je integracija umjetne inteligencije koja olakšava proces stvaranja. To će učiteljima uštediti vrijeme i energiju prilikom stvaranja radnih listića, pri čemu će učitelji moći staviti fokus na pedagošku komponentu radnih listića.

Tijekom radionice voditelji će demonstrirati primjere radnih listića koje su sami kreirali i praktično iskoristili u svojoj učionici. Sudionici će imati priliku pratiti korake izrade radnih listića koristeći Canvu uz savjete i smjernice voditelja. Poticat će se i grupno kreiranje radnih listića, odnosno zajednička suradnja na jednome dokumentu. Ovo zadnje jako je korisno jer je Canva izvrstan alat za suradničko stvaranje naših učenika te će se potaknuti učitelje na korištenje alata i među učenicima. Važno je istaknuti da Canva nije samo alat za stvaranje statičkih radnih listića, već omogućuje i interaktivne elemente koji mogu dodatno angažirati učenike. Sudionici će naučiti kako integrirati interaktivne elemente poput pitanja, kvizova, digitalnih igara u svoje radne listiće, što će dodatno poboljšati učinkovitost nastave matematike.

Na kraju radionice, sudionici će izaći s novim znanjem, vještinama i motivacijom koje će moći odmah primijeniti u svojoj nastavi. Korištenjem Canve i AI tehnologije učitelji će biti sposobni stvarati kreativne, privlačne i svrsishodne radne listiće koji će poboljšati iskustvo učenja njihovih učenika u matematici. Ova radionica predstavlja korak prema unaprjeđenju pedagoške prakse integracijom tehnologije u nastavni proces.

**Ključne riječi:** AI, radni listići, učinkovitost

**Literatura:**

1. [https://www.canva.com/design/DAF\\_gHEHK5w/SE1Af1R23-h\\_NlMZEDA0Jg/edit](https://www.canva.com/design/DAF_gHEHK5w/SE1Af1R23-h_NlMZEDA0Jg/edit)
2. <https://www.canva.com/education/>
3. <https://www.canva.com/magic-home>

## MATEMATIČKE VJEŠTINE KROZ GEOGRAFSKU PERSPEKTIVU

Antonija Capan, mag. educ. math., Marko Vladić, mag. geogr. et hist.

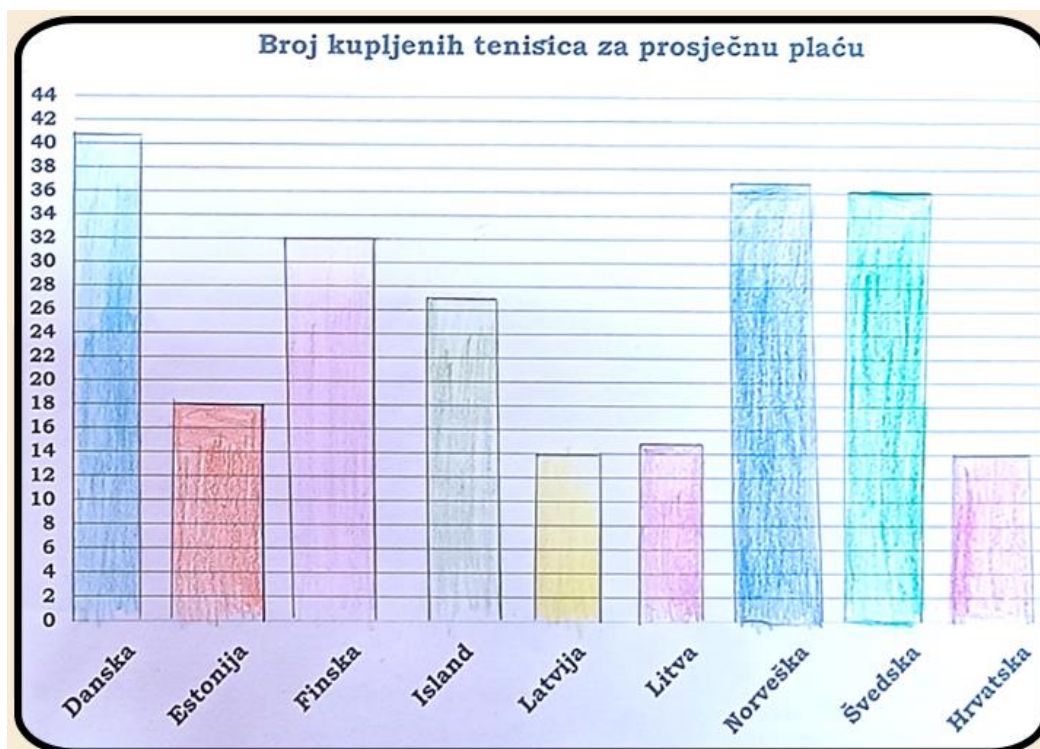
[antonija.capan3@gmail.com](mailto:antonija.capan3@gmail.com), [mvladic3595@gmail.com](mailto:mvladic3595@gmail.com)

Osnovna škola Grabrik

### Prošireni sažetak

Tijekom osnovnoškolskog obrazovanja naši učenici u raznim predmetima koriste ranije stečena matematička znanja i vještine. Najčešće to povezujemo s fizikom i kemijom gdje je računanje neizostavan element tih predmeta. S druge strane, postoje i drugi predmeti u kojima razvijene matematičke vještine mogu imati veliku ulogu u razumijevanju nastavnih sadržaja. Jedan od njih je geografija u kojoj se prikupljanjem, razvrstavanjem, obradom, analizom i prikazivanjem podataka u odgovarajućemu obliku mogu povezati nastavni sadržaji predmeta (gustoća naseljenosti, BDP po stanovniku, srednja dnevna temperatura, udjel gradskog i seoskog stanovništva i sl.) sa statistikom u matematici. Postojeće formule i načini izračuna trebaju se približiti našim učenicima kako bi razvijali vještine 21. stoljeća, a ponajviše kritičko mišljenje važno za život u današnjem svijetu. Možda više nego ikad, kod učenika je potrebno razvijati vještine argumentiranja, sposobnost čitanja prikazanih podataka i donošenje odluka na temelju tih istih podataka s naglaskom na pažljiv odabir relevantnih izvora podataka iz kojih će moći sigurnije donositi pravovaljane zaključke.

Jeste li znali da s prosječnom Danskom plaćom možete kupiti 40 pari Nike tenisica, dok u Hrvatskoj tih istih tenisica možete kupiti samo 14 pari? Kako to znamo? Izračunali smo



zajedno s našim učenicima u 7. razredu nakon prikupljanja podataka, računanja te prikazivanja raznim dijagramima, nakon čega se pristupilo analizi i raspravi rezultata kroz geografsku prizmu. To je samo jedan od primjera koji želimo pokazati na Kongresu.

U ovom ćemo radu prikazati aktivnosti za učenike od 5. do 8. razreda koje povezuju matematiku i geografiju na vrlo smislen i koristan način, a koje kod učenika u isto vrijeme razvijaju matematičke i geografske vještine, kritičko mišljenje, zaključivanje i rješavanje problema svakodnevnog života. Citat Christophera Crawforda “Znanje bez primjene je kao knjiga koja nikad nije pročitana.” najbolje opisuje što se događa kad geografiju promatramo samo kroz činjenice, a matematiku samo kroz izračune. Kroz konkretnu primjenu matematike u geografskom kontekstu učenici će bolje razumjeti njima često apstraktne pojmove i stjecati dublje uvide u način na koji se ti koncepti koriste u stvarnome svijetu. Kroz integraciju matematike i geografije učenici razvijaju važne vještine poput skupljanja relevantnih podataka, izradu grafičkih prikaza, interpretaciju grafova, tablica i kartografskih prikaza, što im omogućava da bolje razumiju kompleksne informacije i donose informirane zaključke.

Učenje matematičkih koncepata kroz geografske primjere potiče interdisciplinarni pristup učenju, što usmjerava učenike na povezanost između različitih područja znanja. Nadalje, potiču kreativnost u rješavanju problema pomoću čega učenici razvijaju inovativne strategije za analizu i interpretaciju raznih vrsta podataka. Učenje matematike kroz geografske primjere i geografije kroz matematičke izračune ne samo da čini predmete zanimljivijima i relevantnijima za učenike, već im također pruža alate i perspektive potrebne za uspješno snalaženje u složenome svijetu koji ih okružuje.

**Ključne riječi:** matematika, geografija, integracija



## PROJEKT „STARI GRAD SISAK“

Zoran Crljenica

[zoran.crljenica@skole.hr](mailto:zoran.crljenica@skole.hr)

Osnovna škola 22. lipnja, Sisak

### Prošireni sažetak

#### Opis problema i motivacija

Sisačka utvrda „Stari grad“ povijesno je vrlo značajna građevina. Zagrebački Kaptol dao je na strateški važnom mjestu izgraditi obrambenu tvrđavu kojom se željelo spriječiti prodor osmanlijskih osvajača na Zapad. Tvrđava je izgrađena sredinom 16. stoljeća, a svoju je svrhu ispunila u velikoj pobjedi protiv Osmanlija 1593.

S matematičkog gledišta, tvrđava „Stari grad“ također je vrlo zanimljiva. Naime, ona je trokutastog oblika, a njezini su dijelovi u obliku geometrijskih tijela koja su dio kurukuluma 8. razreda. Zidine su oblika četverostrane prizme, krov zidina je trostrana prizma, kule su u obliku valjka, a krov kule je oblika stošca.

#### Razrada problema

Projekt obuhvaća domene A, C i D. Kroz ovaj projekt učenici su trebali, uz kratki povijesni osvrt, crtati mrežu geometrijskih tijela, uočavati i opisivati elemente tijela i veze među njima, primjenjivati računanje oplošja i volumena geometrijskih tijela, crtati mreže geometrijskih tijela na tvrđem papiru, izrezati ih i zalijepiti te tako izraditi maketu tvrđave „Stari grad“ u umanjenom mjerilu. Na taj su način ponovili i proporcionalnost te računanje proporcionalnosti.

#### Rezultati

Računanje potrebnih veličina te crtanje mreža geometrijskih tijela učenici su radili na papiru ili na računalu. To i samu maketu donijeli su u školu gdje je onda vođena rasprava o načinu rada, mjerilu u kojem je pojedini učenik radio te o poteškoćama koje su se javljale tijekom rada.

**Ključne riječi:** geometrijska tijela, proporcionalnost, tvrđava „Stari grad Sisak“

**Literatura:**

1. Gojmerac Dekanić, G., Radanović, P., Varošaneć, S. (2021.): Matematika 8, Element, Zagreb
2. Šikić, Z., Draženović Žitko, V., Golac Jakobović, I., Lobor, Z., Milić, M., Nemeth, T., Stajčić, G., Vuković, M. (2021.): Matematika 8, Profil Klett, Zagreb
3. [https://dbpedia.org/page/Sisak\\_Fortress](https://dbpedia.org/page/Sisak_Fortress) (2014.)

# SLUČAJNOST, ŠANSI I VJEROJATNOST U OSNOVNOJ ŠKOLI

prof. dr. sc. Aleksandra Čizmešija

[cizmesij@math.hr](mailto:cizmesij@math.hr)

Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odsjek

## Prošireni sažetak

Vjerojatnost je sastavni dio naše svakodnevice. S njom se susrećemo slušajući meteorologa koji predviđa 40 % vjerojatnosti za kišu, liječnika koji informira da je vjerojatnost za albinizam kod ljudi 1 : 20 000, investitora na financijskim tržištima koji izračunava rizik ulaganja u pojedinu dionicu, itd. Na vjerojatnosti se često temelje i simulacije složenih situacija, npr. prometa u mreži prometnica nakon izgradnje novog stambenog naselja, šteta od potresa određene magnitude na nekom području ili rezultata parlamentarnih izbora, koje se potom koriste pri donošenju različitih odluka, npr. projektiranju prometne mreže i regulaciji prometa, projektiranju zgrada ili planiranju predizborne kampanje. Uzevši u obzir rasprostranjenost ideja i metoda vezanih uz vjerojatnost u suvremenom svijetu, ovo područje matematike postalo je sastavni dio svakog opisa matematičke kompetencije i, posljedično, sve je vidljivije u matematičkim kurikulumima za sve razine obrazovanja.

Vjerojatnosna pismenost dio je i velikih međunarodnih istraživanja učeničkih matematičkih postignuća. Tako okvir istraživanja TIMSS (Trends In International Mathematics And Science Study), provedenog 2023. godine, navodi da učenici osmog razreda osnovne škole „trebaju imati početno razumijevanje nekih pojmova koji se odnose na vjerojatnost“, odnosno trebaju biti u stanju odrediti teorijsku vjerojatnost (na temelju udjela povoljnih ishoda, npr. pri bacanju igraće kocke ili izvlačenju kuglica određene boje iz vrećice) te procijeniti empirijsku vjerojatnost (na temelju eksperimentalnih rezultata) za jednostavne i složene slučajne događaje. Također, okvir PISA istraživanja (Programme for International Student Assessment), provedenog s petnaestogodišnjacima 2023. godine, matematičku pismenost definira kao „sposobnost pojedinca za matematičko zaključivanje, formuliranje, korištenje i tumačenje matematike za rješavanje problema u različitim kontekstima stvarnog svijeta“ koja uključuje „koncepte, postupke, činjenice i alate za opisivanje, objašnjenje i predviđanje pojava“, a među važnim sadržajnim temama navodi pojam slučajnog događaja, njegove šanse i frekvencije, kao i osnovne aspekte koncepta vjerojatnosti i uvjetne vjerojatnosti.

Relevantna istraživanja matematičkog obrazovanja sugeriraju da izgradnja vjerojatnosnih koncepata tijekom osnovnog i srednjeg obrazovanja treba biti postupna, pri čemu prije formalizacije ideja o vjerojatnosti slučajnog događaja značajnu pažnju treba posvetiti razvoju realističnih koncepata slučajnosti i šanse na prikladnim raznovrsnim primjerima. S druge strane, primjerenim pristupom i na jednostavnim modelima učenici

sedmih i osmih razreda osnovne škole mogu na intuitivnoj razini razumjeti i složeni koncept poput uvjetne vjerojatnosti. Cilj ovog predavanja je prikazati ideje za metodičke korake i pristupe pri izgradnji ovih koncepata u nastavi matematike u osnovnoj školi, ponuditi konkretne primjere učeničkih aktivnosti otkrivanja i primjene matematičkih zakonitosti vezanih uz vjerojatnost, kao i opisati tipične učeničke miskoncepcije vezane uz ove koncepte.

**Ključne riječi:** vjerojatnost, poučavanje vjerojatnosti, osnovna škola

## UVOD U 3D MODELIRANJE I ISPIS

### Radionica na računalima

**Bosiljko Đerek, Mirela Puškarić**

[bosiljko.derek@skole.hr](mailto:bosiljko.derek@skole.hr), [mirela.puskarić@skole.hr](mailto:mirela.puskarić@skole.hr)

Osnovna škola Središće, Zagreb; Osnovna škola Zapruđe, Zagreb

#### Prošireni sažetak

##### Primjena 3D ispisa

Jeste li znali da se 3D ispis masovno koristi u različitim granama industrije, u medicini, u umjetnosti, u izradi različitih dijelova i kućišta robota, u tehnologijama vezanim uz istraživanje svemira? Znete li kako već postoje 3D pisači koji ispisuju pizzu ili čokoladu?!

##### 3D tehnologija u školama

3D tehnologija koristi se i u obrazovanju. No, unatoč dostupnosti, posebno jer je CARNet kroz projekt e-Škole isporučio 3D pisane brojnim školama, njihova upotreba nije na očekivanoj razini. Nedostatak tehničkog znanja, nedostatak ideja za integraciju 3D modeliranja u školske kurikulume, osobito matematike, vremenska ograničenja ili nedostatak odgovarajuće tehničke podrške mogu biti razlogom nekorištenja ovih tehnologija u školama. Stoga postoji potreba za radionicama koje bi pomogle učiteljima različitih profila kako bi prevladali ove izazove i efikasno koristili 3D tehnologiju u nastavi.

##### Ciljevi radionice

Cilj ove radionice je sudionicima pružiti praktične vještine 3D modeliranja i ispisa, ideje za integraciju u kurikulume te općenito ponuditi primjere korištenja u različitim školskim aktivnostima (nastavnim, izvannastavnim, projektnim, kroz rad školske zadruge i drugo), a koje upotrebom 3D tehnologije mogu dodatno obogatiti i poboljšati.

Radionica će sudionicima pružiti temeljno razumijevanje 3D modeliranja, osnovnu obuku u besplatnom online alatu Tinkercad te uvid u SketchUp. Sudionici će naučiti kako pravilno modelirati 3D objekte koristeći fazu skice, dizajna i pripreme za ispis. Također će im biti prezentirana mogućnost korištenja gotovih scenarija poučavanja, kreiranja virtualnog razreda u alatu, a što predstavlja dodatni resurs i podršku u učenju i praćenju napretka učenika. Sudionike ćemo upoznati i s tehničkim aspektima 3D ispisa, uključujući vrste pisara i materijala te će tako stjecati praktične vještine u izradi 3D modela i planiranju nastave i/ili izvannastavnih aktivnosti, osobito u segmentu razvoja poduzetništva. Također, pružit ćemo im uvid i podršku za eventualne tehničke poteškoće s kojima se pri radu mogu susretati.

Sudionicima će biti dostupni različiti primjeri kao i resursi za daljnje učenje kroz razvijenu aplikaciju za ovu radionicu. <https://3d-dizajn.glide.page>

Radionica će poticati razmjenu iskustava i izgradnju zajednice praktičara, s ciljem promicanja šire upotrebe 3D tehnologija u obrazovanju.

### **Integracija 3D modeliranja i rasprava o metodama poučavanja**

Radionica će istražiti kako 3D modeliranje, kao primjer integracije novih tehnologija, može poboljšati razumijevanje i vizualizaciju matematičkih koncepta. Ova radionica također će potaknuti raspravu o tome kako se tradicionalne metode poučavanja matematike mogu nadopuniti ili zamijeniti modernijim metodama, poput 3D modeliranja. 3D modeliranje ima snažnu povezanost i s informatikom jer uključuje korištenje softverskih alata i tehnologija. Stoga ova radionica može ilustrirati kako matematika i informatika mogu surađivati i međusobno se nadopunjavati u obrazovanju.

### **Zaključak**

Koncepti matematike poput geometrije, mjerenja i prostornog razmišljanja ključni su za razumijevanje 3D modeliranja. S druge strane, informatika pruža alate i tehnologije koji se koriste pri 3D modeliranju (Tinkercad, SkatchUp, Fusion 360, Blender i mnogi dr.).

Dakle, kroz ovaj proces sudionici mogu vidjeti kako se stari i novi aspekti mogu nadopunjavati i surađivati u obrazovnom kontekstu, a što je u skladu s centralnom temom skupa „Susret starog i novog – obrazovna uloga i opseg starih i novih područja matematike i informatike“.

**Ključne riječi** 3D, modeliranje, matematika, tehnologija

### **Izvori:**

Bosiljko Đerek, 2020. - AR i 3D modeliranje u nastavi Matematike

- [https://mzo.gov.hr/UserDocsImages//dokumenti/Obrazovanje/NacionalniKurikulum/PrezentacijeWebinara/Prezentacije-2-2020//6\\_2\\_11h.pdf](https://mzo.gov.hr/UserDocsImages//dokumenti/Obrazovanje/NacionalniKurikulum/PrezentacijeWebinara/Prezentacije-2-2020//6_2_11h.pdf)
- <https://matematika.hr/wp-content/uploads/2022/09/Djerek-3D-u-nastavi-matematike.pdf>
- <https://meduza.carnet.hr/index.php/media/watch/14100>

Mirela Puškarić, 2023. – 3D modeliranje i ispis: <https://3d-dizajn.glide.page>

### **Literatura:**

1. Kos, J. (2021.): Upoznaj 3D svijet, Šk. knjiga, Zagreb
2. <https://www.youtube.com/@Teaching3DPrinting> (2022.)
3. <https://www.cs.trinity.edu/~jhowland/class.files.cs357.html/blender/blender-stuff/m3d.pdf> (2004.)
4. <https://www.linkedin.com/pulse/mathematics-3d-printing-geetha-muthu> (21. 4. 2023.)

# UČENJE BEZ POUČAVANJA

## Radionica

**Kristina Gregurin**

[kris.gregurin@gmail.com](mailto:kris.gregurin@gmail.com)

Osnovna škola Antuna Augustinčića, Zaprešić

### Sažetak radionice

Tijekom radionice sudionici će biti upoznati s „Building Thinking Classrooms“ konceptom poučavanja koji je na temelju dugogodišnjeg istraživanja razvio kanadski profesor matematike i istraživač u području obrazovanja, Peter Liljedahl.

Temeljni cilj „Building Thinking Classrooms“ pristupa je transformacija učionica u prostor u kojem učenici aktivno sudjeluju u procesu učenja: razmišljaju, rješavaju probleme, uočavaju pravilnosti i donose zaključke, umjesto da pasivno prihvaćaju informacije koje im prenosi učitelj i oponašaju pokazani postupak. Među propisanim ishodima nalaze se i oni koji podrazumijevaju ovladavanje određenim matematičkim postupcima i procedurama čime je, pred učitelja koji želi zadržati angažirane učenike, stavljen izazov: kako naučiti učenike, a ne pokazati im postupak.

Sudionici radionice bit će upoznati s osnovnim principima kreiranja niza zadataka koji potiču razmišljanje i omogućuju učenicima usvajanje matematičkih sadržaja bez unaprijed pokazanog postupka. Kroz suradnički rad u grupama po troje, radeći na vertikalnim bijelim pločama, sudionici će imati priliku dublje razumjeti koncepte „Building Thinking Classrooms“ pristupa te će praktično iskusiti proces učenja izradom zadataka s postupnim povećanjem složenosti te razvijati vještinu stupnjevanja zadataka.

Dio radionice bit će posvećen načinima postavljanja zadataka učenicima. Sudionici će naučiti kako i kada učenicima zadati zadatke koji potiču samostalno istraživanje i aktivno sudjelovanje u učenju.

Pored toga, sudionicima će biti predstavljene metode utvrđivanja i učvršćivanja naučenog, kako bi razumijevanje sadržaja koji su učenici istraživali i usvajali rješavajući zadatke bilo dublje, a naučeni sadržaji trajniji.

Kroz interaktivne aktivnosti, diskusije i primjere iz prakse sudionici će nakon radionice: razumjeti važnost suradnje među učenicima, ovladati postupkom stupnjevanja zadataka, upoznati načine zadavanja zadataka i konsolidacije kako bi osigurali jasnoću i trajnost usvojenih sadržaja. Učitelji će imati razumijevanje i praktične vještine potrebne za implementaciju „Building Thinking Classrooms“ pristupa u vlastitim učionicama.

**Ključne riječi:** Building Thinking Classrooms, stupnjevanje zadataka

**Literatura:**

1. Liljedahl P., (2021), Building Thinking Classroom in Mathematics, (Grades K -12): 14 teaching practices for enhancing learning, Thousand Oaks, CA: Corwin Press Inc.



## IMPLEMENTACIJA PRIRODOSLOVNIH ZNANOSTI

**Karmen Habijan Buza, prof.**

[karmen.habijan@skole.hr](mailto:karmen.habijan@skole.hr)

Osnovna škola Nedelišće

### Prošireni sažetak

U izlaganju nakon nekih kratko opisanih spomenutih natjecanja koja uključuju korelaciju više predmeta prirodoslovnih znanosti detaljnije je predstavljen Naboj Junior, međunarodno natjecanje koje privlači mlade entuzijaste iz područja astronomije, matematike i fizike. Predavanje je namijenjeno učiteljima i učenicima osnovnih škola kao upoznavanje s konceptima i vještinama aktualnih promjena u nastavnom procesu implementacijom matematike, fizike, astronomije u primjenu rješavanja zadataka problemskih situacija. Predstavljeno će biti od prijave natjecatelja i područja provjere do detaljnije razrade po tipovima zadataka s vremenom rješavanja i načinom bodovanja cijelo natjecanje s utjecajima i ishodima istoga na učenike i nastavni proces. Primjerima je pružena izvanredna prilika za poticanje interesa za znanost, razvoj kritičkog razmišljanja i promicanje timskog rada kod učenika, a pomoć je i za nastavnike koji traže način da svojim učenicima pruže izazov i poticaj na istraživanje. Naboj Junior predstavlja idealnu međunarodnu platformu znanja za implementaciju primjera dobre prakse u znanosti i konkurentnost na međunarodnoj razini te može oblikovati budućnost mladih znanstvenika i dati im poticaj za daljnje istraživanje i uspjeh u znanstvenim disciplinama i promicanje njihovih akademskih postignuća na globalnoj razini.

Na samom natjecanju učenici se suočavaju s raznovrsnim zadacima koji će testirati njihovo znanje, kreativnost i sposobnost rješavanja problema, ali i uspješnost komunikacijskih i timskih vještina rada u skupini. Usvojeni ishodi uključuju odgovore na teorijska pitanja iz korelacije predmeta matematike i fizike, praktične eksperimente, računalne simulacije i mnoge druge. Važno je da učenici budu spremni primijeniti svoje znanje na različite načine i koristiti različite strategije rješavanja problema kako bi uspješno odgovorili na izazove koji im se postavljaju u presjeku problemskih zadataka u kojima su implementirane situacije iz prirodoslovnog područja znanosti.

**Ključne riječi:** primjena, strategija



## OSVIJETLIMO DIZAJNOM

Katarina Jović, Ivana Vešligaj

[katarina.jovic@skole.hr](mailto:katarina.jovic@skole.hr), [ivana.vesligaj1@skole.hr](mailto:ivana.vesligaj1@skole.hr)

OŠ Špansko Oranice, Zagreb

### Prošireni sažetak

Interdisciplinarni projekt „Osvijetlimo dizajnom“ u OŠ Špansko Oranice provodi se drugu godinu za redom i bavi se osmišljavanjem i izradom stolnih svjetiljki gdje se matematički naglasak stavlja na usvajanje matematičkih sadržaja kroz izradu sjenila koje je osmišljeno i oslikano matematičkim motivima (kružnica, krug, mnogokuti, vitraj). Drugi dio rada izvodi se na satu Tehničke kulture kroz izradu postolja za svjetiljke pod stručnim vodstvom učitelja (spajanje strujnog kruga, rezanje, slaganje drvene konstrukcije).

Cilj ovog projekta je popularizacija matematike, razvijanje kritičkog mišljenja i *problem solving*, razvijanje samopouzdanja i samostalnosti u radu, vještine crtanja i konstruiranja, pozitivnog odnosa prema matematici, osjećaja odgovornosti za svoj uspjeh i napredak te svijesti o svojim matematičkim znanjima i postignućima.

Zadatak se sastoji od tri dijela:

1. Istražiti u arhitekturi RH detalje u kojima se pojavljuju pravilni mnogokuti te kružnice, krugovi i njihovi dijelovi (prozori, elementi na pročeljima, vratima, ogradama, vitraji)
2. Projektirati i nacrtati na paus papiru svoj vitraj koristeći kružnice, krugove i pravilne mnogokute.
3. Izrada stolne svjetiljke na satu Tehničke kulture gdje se kao sjenilo koristi rad izrađen na paus papiru.

U ovom predavanju pokazat ćemo neke od najljepših radova čiji su autori učenici sedmih i osmih razreda OŠ Špansko Oranice.

Projekt je učenicima pružio dodatne sadržaje koji ukazuju na važnost matematičkih kompetencija u svakodnevnom životu te pomoću kojih su stekli znanje, razvili vještine, te produbili interes i ljubav prema nastavi matematike. Motivaciju za rad, osim učenika koji preferiraju matematiku, pokazali su i učenici koji inače postižu lošije rezultate te učenici s teškoćama u učenju.

**Ključne riječi:** krug, mnogokut, vitraj

**Literatura:**

1. Zvonimir Šikić, Vesna Draženović Žitko, Iva Golac Jakopović, Branko Goleš, Zlatko Lobar, Maja Marić, Tamara Nemeth, Goran Stajčić, Milana Vuković:  
MATEMATIKA 7 – udžbenik matematike za sedmi razred osnovne škole, 2. svezak
2. NN 7/2019: Odluka o donošenju kurikulumu za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj
3. NN 7/2019: Odluka o donošenju kurikulumu za nastavni predmet Tehničke kulture za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj

## MATHINK

Ana Kanjer, Ivana Šoše

[karuc.ana@gmail.com](mailto:karuc.ana@gmail.com), [ivana.sose@skole.hr](mailto:ivana.sose@skole.hr)

OŠ Krune Krstića, OŠ Zadarski otoci - Zadar

### Prošireni sažetak

Igru MATHINK kreirale smo jer smatramo da kroz igru na zanimljiv, inovativan i kreativan način možemo učenicima približiti matematički sadržaj i tako razbiti predrasude o „teškom gradivu“. Svladavanjem raznih matematičkih i statističkih zadataka kroz igru dolazimo do razvoja logičkog razmišljanja. Problemi oblikovani na drugačiji način postaju zanimljiviji i privlačniji za rješavanje.

U igri MATHINK na ploči za igranje nalaze se polja označena posebnim simbolima, odnosno načinom opisivanja (crtanjem, rješavanjem ili definiranjem određenih pojmova). Kada igrač stane na određeno polje, primjerice na polje za rješavanje, izvlači karticu i kreće s rješavanjem zadatka. Igrač koji izvršava svoj zadatak jednom se smije konzultirati s igračima svoga tima o točnosti rješenja. Nakon što istekne vrijeme rješavanja (2 minute), sudac donosi konačnu odluku o točnome rješenju. Sudac je glavni i odgovorni za presudu točnog rješenja. Ako je odgovor točan, igrači nastavljaju igru, u protivnom ostaju na svome mjestu i čekaju novi red za igru. Ako obje skupine igrača stanu na isto polje, skupina igrača koja je došla zadnja „ruši“ prethodnu skupinu i vraća ih jedno polje unatrag. Skupina igrača koja prva dođe do cilja pobjeđuje u igri.

Smatramo da je tijekom poučavanja važno koristiti što manju podršku učitelja jer tako učeniku omogućujemo najveću razinu uspjeha, zbog čega je igra kreirana na način da učenici međusobno surađuju prilikom rješavanja zadataka, a učenik odabran za ulogu sudca provjerava točnost riješenih zadataka. Na taj način potičemo suradničko učenje te razvoj njihovih socijalnih vještina. Učenici učeći kroz igru uče upravljati svojim emocijama te se uspješno suočavati sa stresom.

Cilj upotrebe igre je poboljšati kvalitetu učenja i poučavanja, potaknuti kreativnost i inovativnost kod učenika; spojiti tradicionalni i moderni način poučavanja kako bi učenici stekli nove kompetencije te bi im se omogućio lakši i brži pristup učenju novog sadržaja. Tradicionalni način poučavanja karakterizira mehaničko reproduciranje i usvajanje činjenica. Dok je učenik pasivni promatrač, a glavno nastavno pomagalo ploča i kreda, učenik se može aktivirati do razine reprodukcije, što nije dovoljno. Nasuprot tome stoji interaktivna nastava koja pokreće učenike na rad, povećava zainteresiranost za predmet te budi želju za istraživanjem.

Uz klasično predavanje htjeli smo unijeti novine u naš rad, a upotrebom ove igre razbija se monotonost klasičnog predavanja i pasivnost učenika. Svaki novi način poučavanja u učeniku budi novi izazov te jača želju za učenjem.

**Ključne riječi:** igra, motivacija, učenje

**Literatura:**

1. Branka Antunović Piton, Ariana Bogner Boroš, Predrag Brkić, Maja Karlo, Marjana Kuliš, Tibor Rodiger, MATEMATIKA 7 : udžbenik matematike s dodatnim digitalnim sadržajima u sedmom razredu osnovne škole sa zadacima za rješavanje
2. Zvonimir Šikić, Vesna Draženović Žitko, Iva Golac Jakopović, Branko Goleš, Zlatko Lobar, Maja Marić, Tamara Nemeth, Goran Stajčić, Milana Vuković: MATEMATIKA 7, Profil Klett
3. Gordana Paić, Željko Bošnjak, Boris Čulina, Niko Grgić: MATEMATIČKI IZAZOVI 8, Alfa
4. <https://mzo.gov.hr/UserDocsImages/dokumenti/Publikacije/Medupredmetne/Kurikulum%20medupredmetne%20teme%20Osobni%20i%20socijalni%20razvoj%20za%20osnovne%20i%20srednje%20skole.pdf>

# ALGEBARSKE PLOČICE – GEOMETRIJSKI PRISTUP ALGEBARSKIM KONCEPTIMA

## radionica

Ivana Katalenac, prof., učitelj izvrstan savjetnik

[katalenacivana@gmail.com](mailto:katalenacivana@gmail.com)

Osnovna škola Trnsko, Zagreb

### Prošireni sažetak

Algebarske su pločice vrlo moćan alat u poučavanju matematike koji učenicima pomaže u shvaćanju algebarskih koncepata. Mogu se koristiti za poučavanje zbrajanja i oduzimanja cijelih brojeva, svojstva distributivnosti, pojednostavljivanja algebarskih izraza, rješavanja linearnih jednadžbi s jednom nepoznanicom, množenja binoma, faktorizacije trinoma, rješavanja sustava jednadžbi i sl.

Modelirajući algebarskim pločicama učenici razvijaju algebarsko mišljenje i pridaju vizualna značenja matematičkim konceptima, a učenje od konkretnog k apstraktnom ključno je kako bi učenici znali primijeniti naučene matematičke koncepte na usvajanje novih.

Cilj radionice je upoznati polaznike s algebarskim pločicama te primjenom algebarskih pločica u konkretnim aktivnostima koje polaznici mogu koristiti u svojim učionicama kako bi pomogli svojim učenicima shvatiti neke matematičke koncepte.

Modeliranjem polinoma polaznici će se na početku radionice upoznati s algebarskim pločicama, a nakon toga će kroz aktivnosti vidjeti kako primijeniti algebarske pločice za bolje shvaćanje koncepta zbrajanja i oduzimanja cijelih brojeva, zbrajanja i oduzimanja polinoma, distributivnosti množenja prema zbrajanju i oduzimanju, množenja binoma te rješavanje linearnih jednadžbi s jednom nepoznanicom.

Na kraju radionice polaznici će koristeći algebarske pločice modelirati zadatke zadane riječima.

**Ključne riječi:** algebarske pločice, modeliranje

**Literatura:**

1. Bettye C. Hall (1999): Using Algebra Tiles Effectively, Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, New Jersey
2. <https://www.teacherspayteachers.com/> (20. 4. 2024.)



## (ZLO)UPOTREBA STATISTIKE

priopćenje i radionica na računalima

**Petra Lazić**

[petra.lazic@math.hr](mailto:petra.lazic@math.hr)

Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odsjek

### Prošireni sažetak

Statistika je svuda oko nas. Široka primjena statističkih metoda u svim sferama života i znanosti dovodi do toga da nam se svakodnevno prezentiraju razne informacije i zaključci kao statistički potvrđeni. No, što je to statistička točnost i što je u pozadini takvih zaključaka? Može li statistika pogriješiti? Možemo li pomoću statistike lagati? Ova radionica pokušat će dati odgovor na ova pitanja kroz razne primjere.

Na početku ćemo ukratko objasniti kako se provodi statističko istraživanje, koji su elementi statističke analize i kako funkcioniraju statističke metode za obradu podataka. Zatim ćemo na primjerima prikazati neke probleme koji se na tom putu javljaju i mogućnosti manipulacija. Na kraju ćemo kratko spomenuti i koji je doseg statističkog zaključivanja, odnosno možemo li sa sigurnošću reći da smo početnu hipotezu dokazali ili opovrgnuli.

Od mnogobrojnih problema i (ne)namjernih pogrešaka koji se mogu napraviti prilikom obrade podataka, obradit ćemo probleme do kojih dolazi zbog strukture podataka i načina kako se prikupljaju, grafički prikazuju, ali i interpretiraju. Logičke pogreške prilikom interpretacije uključuju poistovjećivanje koreliranosti i kauzalnosti, Simpsonov paradoks i rudarenje po podatcima. Nadalje, često se događa i da se prilagođavaju statističke metode kako bi se postigli željeni rezultati. Sudionici radionice će na računalu provesti nekoliko kratkih statističkih analiza kako bi se ilustrirali ovi slučajevi.

Ukratko, cilj je radionice dati uvid u statističke metode i doseg statističkog zaključivanja, s naglaskom na moguće (ne)namjerne pogreške koje se mogu dogoditi. Ključno se pokazuje razumijevanje statističkih metoda i opasnosti koje se pojavljuju prilikom njihove primjene te kritičko razmišljanje.

**Ključne riječi:** statistička analiza, manipulacija statistikom, interpretacija grafova

### Literatura:

1. Huff, D. (1954): How to lie with statistics, Norton, W. W. & Company, Inc, New York



## PISA 2022: REZULTATI, ODREDNICE I IMPLIKACIJE

Ana Markočić Dekanić

[ana.dekanic@ncvvo.hr](mailto:ana.dekanic@ncvvo.hr)

Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja, Zagreb

### Prošireni sažetak

Osmi ciklus OECD-ova Programa za vrednovanje znanja i vještina učenika, PISA 2022, proveden je u Republici Hrvatskoj u proljeće 2022. godine u 178 srednjih i 2 osnovne škole na uzorku od 6135 petnaestogodišnjih učenika iz svih obrazovnih programa dostupnih petnaestogodišnjim učenicima. S obzirom na to da je ovaj ciklus istraživanja u Hrvatskoj po drugi put bio usmjeren na matematičku pismenost kao glavnu ispitnu domenu, prikupljen je veći broj podataka i pokazatelja koji hrvatskom odgojno-obrazovnom sustavu omogućuje usporedbe i važne spoznaje za poticanje razvoja matematičke pismenosti kod učenika.

Nakon kratkog predstavljanja glavnih obilježja istraživanja PISA 2022 i koncepta matematičke pismenosti u uvodnome dijelu izlaganja, prikazat će se glavni rezultati istraživanja: prosječni rezultati učenika iz Hrvatske na ukupnoj skali i podskalama matematičke pismenosti u međunarodnom kontekstu, distribucija učenika po razinama matematičke pismenosti te razlike u postignuću prema spolu, socioekonomskom statusu i školskom programu učenika. Poseban naglasak bit će stavljen na kratkoročne i dugoročne promjene u postignućima učenika koje su se dogodile u odnosu na prethodne cikluse PISA istraživanja. Prikazani rezultati dovest će se u odnos s odabranim karakteristikama na nacionalnoj razini (poput bruto domaćeg proizvoda i ulaganja u obrazovanje), individualnoj razini (poput obrazovne putanje učenika, roditeljske podrške, interesa za matematiku, straha od matematike, samoučinkovitosti u matematici itd.) te na institucionalnoj razini (nastava matematike, dodatna poduka iz matematike, školsko ozračje itd.). Kratko će se prikazati pokazatelji vezani uz učinke zatvaranja škola tijekom COVID-19 pandemije na matematičku pismenost učenika. U završnome dijelu izlaganja kratko će se sažeti najvažnije spoznaje koje imaju implikacije za nastavu matematike te će se otvoriti rasprava o prikazanim rezultatima i pokazateljima.

**Ključne riječi:** istraživanje PISA 2022, matematička pismenost, rezultati i pokazatelji

**Literatura:**

1. Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja (2023). *PISA 2022: Rezultati, odrednice i implikacije*, [https://pisa.ncvvo.hr/wp-content/uploads/2023/12/PISA-2022\\_Nacionalni-izvjestaj.pdf](https://pisa.ncvvo.hr/wp-content/uploads/2023/12/PISA-2022_Nacionalni-izvjestaj.pdf). Pristupljeno 26. ožujka 2024.
2. Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja (2023). *PISA 2022: Konceptualni okvir matematičke pismenosti*, [https://pisa.ncvvo.hr/wp-content/uploads/2023/10/Konceptualni-okvir-matematicke-pismenosti\\_PISA-2022.pdf](https://pisa.ncvvo.hr/wp-content/uploads/2023/10/Konceptualni-okvir-matematicke-pismenosti_PISA-2022.pdf)
3. OECD-ove mrežne stranice: <https://www.oecd.org/publication/pisa-2022-results/>

## UNAPRJEĐENJE TIMSKOG RADA UČENIKA NA ŠKOLSKOM IGRALIŠTU KROZ PROCJENU, MJERENJE I RAČUNANJE

**Kristina Marković**

[kkzrnar7@gmail.com](mailto:kkzrnar7@gmail.com)

OŠ Trnsko, Zagreb

### Prošireni sažetak

Timski rad u nastavi definira se kao suradnički oblik rada utemeljen na zajedničkom angažmanu nastavnika i učenika u planiranju i provedbi aktivnosti. Ovaj pristup omogućava kritičku kontrolu učenja i vrednovanje izvedbe, potičući razmjenu ideja, znanja te kreativnosti među sudionicima (Cindrić, Miljković, Strugar, 2010). Bitna vrijednost timskog rada leži u otvorenom pristupu nastavi, poticanju aktivnog sudjelovanja svih učenika, poticanju kreativnosti te čini učenje zanimljivim (Krištofić, 2016). Mjerenje je proces usporedbe veličina prema dogovorenoj mjeri. Uključuje duljinu, vrijeme, volumen, masu, temperaturu, opseg i površinu. Potrebno je djecu voditi kroz različite faze kako bi usvojila koncept mjerenja te poticati logično procjenjivanje rezultata.

U prvom koraku istraživanja svaki je tim dobio kratke pisane upute o dijelu igrališta koji istražuje te su trebali procijeniti zadane vrijednosti bez korištenja mjernih pomagala. Prvi je tim procjenjivao duljinu i širinu košarkaškog igrališta te promjer središnjeg kruga. Drugi je tim bio zadužen za procjenu duljine i širine nogometnog igrališta te središnjeg kruga. Treći je tim procjenjivao duljinu i širinu terena između košarkaškog i nogometnog igrališta, poznatog kao teren za graničar. Prva tri tima trebala su procijeniti opseg i površinu svojih područja. Četvrti tim imao je zadatak odabrati četiri stabla uz rub igrališta te procijeniti njihov promjer i visinu.

Nakon prvog dijela istraživanja timovi su dobili materijale za drugi dio, uključujući metar za mjerenje i džepno računalo. U drugom dijelu obavili su točna mjerenja i izračune (opsege, površine, promjere) te usporedili procjene s izmjerenim vrijednostima. Timovima su dane povratne informacije o točnosti njihovih mjerenja i izračuna.

Ista vrsta istraživanja napravljena je u četiri sedma razreda. Nisu svi timovi bili jednako uspješni niti jednako složni, ali su se svi trudili i radili. Umjesto klasične evaluacije, učenici su ispunili anketu o istraživanju, dajući povratne informacije o korisnosti aktivnosti i zadovoljstvu timskim radom. Većina učenika pozitivno je ocijenila aktivnost, ističući zadovoljstvo sudjelovanjem i terenskim pristupom nastavi.

Timski rad unaprijeđen je postavljanjem jasnih ciljeva učenika. Poticanjem otvorene i poštene komunikacije među članovima tima olakšala se suradnja, a davanje smjernica o konstruktivnom rješavanju sukoba unutar tima pridonijelo je pozitivnoj radnoj atmosferi.

Podjela uloga osigurala je učinkovitost obavljanja zadatka. Podjela učenika na homogene skupine pridonijela je tome da se svi učenici mogu aktivno uključiti u timski rad s obzirom na svoje sposobnosti.

**Ključne riječi:** mjerenje, procjena, timski rad

**Literatura:**

1. Cindrić, M., Miljković, D., Strugar, V. (2010): Didaktika i kurikulum, IEP, Zagreb
2. Krištofić, K. (2016): Obilježja socijalnih oblika rada u nastavi usmjerenoj na učenika, Zagreb, UF. Preuzeto s <https://repozitorij.unizg.hr/islandora/object/ufzg:105/preview>
3. <https://dabar.srce.hr/islandora/object/foozos:1495> (8. 4. 2024.)

## UPAKIRANA KONSTRUKCIJA

Ana Martinčević

[ana.novoselic@skole.hr](mailto:ana.novoselic@skole.hr)

OŠ „Mladost“ Osijek, Osijek

### Prošireni sažetak

Donošenjem kurikulumu iz matematike nastavni predmet Matematika podijeljen je na domene: Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje te Podatci, statistika i vjerojatnost. Domena Oblik i prostor dio je geometrije koji se bavi proučavanjem oblika, njihovih položaja i odnosa.

Za uspješno učenje geometrije potrebno je imati činjenično znanje i sposobnost uočavanja posebnih svojstava koja vode do rješenja. U konstruktivnoj geometriji razlikujemo dvije vrste konstrukcija: osnovne konstrukcije i složene. Osnovne konstrukcije se u osnovnoj školi uvode postupno. Da bi razina usvojenosti ishoda bila iznimna, uvijek je dobro pokazati gdje se te konstrukcije primjenjuju. Na taj se način geometrijsko gradivo čvršće povezuje, a učenici uviđaju potrebu tih konstrukcija.

Suočeni smo s generacijama učenika kojima je izazov koristiti geometrijski pribor, i sa smanjenjem učeničke koncentracije. Našim učenicima potrebno je njegovati razvijanje motoričkih sposobnosti, urednost, strpljivost i upornost. Zbog svega toga smišljam učenicima razne primjene i povezujem ih s kreativnim idejama.

#### 1. Jaje i matematike

MAT OŠ C.6.2. Konstruira trokute, analizira njihova svojstva i odnose.

MAT OŠ C.6.1. Konstruira kut i njegovu simetralu.

Nakon obrade ishoda učenici dobivaju upute o koracima konstrukcije koju trebaju izvršiti. Ako su izvršili točno i precizno sve korake konstrukcije, otkrivaju oblik koji su dobili te ga prigodno ukrašavaju. Učenici rade u paru ili samostalno.

#### 2. Kolumbovo jaje

MAT OŠ D.6.2. Računa i primjenjuje opseg i površinu trokuta i četverokuta te mjeru kuta.

MAT OŠ C.6.2. Konstruira trokute, analizira njihova svojstva i odnose.

Radionica održana za roditelje i učenike. Istražili smo Kolumbovo jaje, konstruirali tangram jaja te od dijelova tangrama stvarali razne likove.

Tangram smo povezali sa sukladnosti trokuta i površinom trokuta.

#### 3. Trokut i mobil

MAT OŠ C.6.2. Konstruira trokute, analizira njihova svojstva i odnose.

MAT OŠ D.6.2. Računa i primjenjuje opseg i površinu trokuta i četverokuta te mjeru kuta.

Svaki učenik za zadatak je imao konstruirati 6 trokuta (jednakostraničan, jednakokračan, raznostraničan, pravokutnik, šiljastokutni i tupokutni).

Svakome od trokuta trebalo je pronaći visinu na stranicu pomoću koje će računati površinu konstruiranog trokuta.

Nakon konstrukcije i izračuna površine trebali su kreirati mobil pomoću izrezanih trokuta.

#### 4. Izrada mnogokuta iglom i koncem

MAT OŠ C.7.1. Crta i konstruira mnogokute i koristi se njima pri stvaranju složenijih geometrijskih motiva.

Učenici su za zadatke imali:

1. Konstruirati pet osnovnih mnogokuta (trokut, kvadrat, šesterokut, osmerokut i dvanaesterokut) te njihove stranice istaknuti koncem.
2. Konstruirati dvanaesterokut, stranice mu istaknuti jednom bojom konca te povući dijagonale iz jednog vrha drugom bojom konca.
3. Konstruirati osmerokut, istaknuti mu stranice jednom bojom konca i drugom bojom konca istaknuti sve njegove dijagonale.

#### 5. Vizualizacija opsega i površine kruga

MAT OŠ D.7.4. Računa i primjenjuje opseg i površinu kruga i njegovih dijelova.

Učenik/učenica:

- istražuje, računa i primjenjuje opseg kruga pomoću konca i duljine kružnice (ishod D. 7. 4.)
- objašnjava ulogu i svojstva broja  $\pi$  (ishod D. 7. 4.).
- istražuje, računa i primjenjuje površinu kruga (ishod D. 7. 4.).

Učenici konstruiraju dva dvanaesterokuta te pomoću njih istražuju površinu mnogokuta, paralelograma i kruga.

**Ključne riječi:** Kolumbovo jaje, konstrukcija jajeta, konstrukcija trokuta, mobil, tangram, konstrukcija mnogokuta, opseg kruga, površina kruga

#### Literatura:

1. Ivančičević, Anita. (2017): Geometrijske teme u nastavi matematike, diplomski rad Odjela za matematiku Osijek
2. Kurnik, Zdravko: Osnovne konstrukcije i osnovna primjena, <https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/kmg/mat/Osnovne-konstrukcije-i-osnovna-primjena-Kurnik.pdf>
3. <https://www.skole.hr/sto-je-kolumbovo-jaje/>
4. [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_7\\_146.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html)



## DECIMALE U SVAKODNEVNOM ŽIVOTU

**Toni Milun, Ivana Car Jakovljević**

[toni@tonimilun.com](mailto:toni@tonimilun.com), [ivanacar72@gmail.com](mailto:ivanacar72@gmail.com)

Sveučilište Algebra, Zagreb; Klasična gimnazija, Zagreb

### Prošireni sažetak

Koliko je važno znati zaokružiti decimalni broj na ispravan broj decimala? Može biti vrlo važno jer ako ih zaokružimo na manji broj, tada se mogu dogoditi problemi koji dovode do nezadovoljstva građana. Posebno je bitno paziti na detalje ako se radi o odlukama koje imaju posljedice za jednu od najugroženijih skupina – umirovljenike.

U ovom radu pokazat ćemo primjere prikladnog, ali i neprikladnog zaokruživanja brojeva na određeni broj decimala.

Motivacija za rad je problem s povećanjem, tj. usklađivanjem mirovina koje se redovito događa dva puta godišnje. Usklađivanje se odvija prema dva parametra: stopi inflacije i prosječnom povećanju plaća. Iako je službeno povećanje mirovina u srpnju 2023. iznosilo 8,42 %, umirovljenicima se mirovina povećala samo za 8,38 %. Također, uvećanje iz siječnja 2024. službeno iznosi 4,19 %, ali u stvarnosti je 4,16 %. Na to su udruge umirovljenika upozoravale i predlagale prikladniju matematičku metodu. Iako se radi o malim razlikama, smatramo da se zakoni i pravilnici trebaju donositi tako da budu praktični i unose što manju zabunu među građane. Iznos mirovine izražen je u eurima i centima, a dobije se tako da se osnovica – *aktualna vrijednost mirovine* množi s *mirovinskih faktorom* i *osobnim bodovima* koji je dvoznamenkasti broj. Osnovica – aktualna vrijednost mirovine mijenja se svakih šest mjeseci i određena je na samo dvije decimale. Ako želimo dobiti ispravan konačan rezultat, a to je iznos mirovine na dvije decimale, tada bi osnovica trebala imati barem četiri. Iako postoje brojni primjeri iz područja financija koji podržavaju zahtjeve umirovljenika, iz Ministarstva rada, mirovinskog sustava, obitelji i socijalne politike tvrde da se osnovica mora zaokružiti na dvije decimale.

Dobar primjer korištenja decimala može se uočiti kod izračuna cijena pojedinih dionica autoputa. Možda ste primijetili da su cijene dionica zaokružene na najbližu desetinu eura, a do uvođenja eura bile su zaokružene na cijeli iznos u kunama. U radu će biti predstavljena metoda kojom HAC određuje cijene dionica autoputa.

Ovim radom želimo pokazati važnost i primjenu osnova matematike, poput prikladnog zaokruživanja decimalnih brojeva, na ostala područja. Bez obzira na to čime ćemo se baviti, hoćemo li biti ekonomisti ili pravnici koji će donositi zakone, matematika će nas pratiti tijekom cijelog života.

**Ključne riječi:** decimale, mirovine, zaokruživanje brojeva

**Literatura:**

1. mirovina.hr Rastu li mirovine točno onoliko koliko iznosi postotak usklađenja?

<https://www.mirovina.hr/mirovine/rastu-li-mirovine-tocno-onoliko-koliko-iznosi-postotak-uskladivanja-ne-bas-evo-sto-kaze-semper/> (28. 3. 2024.)

## ŠTO ZNAMO O OPSEGU I POVRŠINI GEOMETRIJSKIH LIKOVA?

**Monika Peša, prof.**

[monika.pesa@skole.hr](mailto:monika.pesa@skole.hr)

OŠ Stjepana Radića, Bibinje

### Prošireni sažetak

Kroz ovo predavanje pokušat ću usporediti pristup poučavanju geometriji prije 20-ak godina i danas, te iznijeti vlastite spoznaje što se promijenilo i zašto, ali i dati usporedbu dijela Nastavnog plana i programa i Kurikuluma nastave matematike.

Uočila sam da mnogi učenici petog razreda danas bolje nego prije nekoliko godina razumiju prebrojavanje jednakih kvadratića pri računanju površine pravokutnika i tu spoznaju koristim kao nadogradnju za računanje površine paralelograma, trokuta i ostalih geometrijskih likova. Pokazat ću to na nekoliko primjera. Također primjećujem i paradoks da učenici posljednjih nekoliko godina više griješe u zadacima u kojima treba primijeniti jednostavne formule za opseg ili sa slike izračunati nepoznatu duljinu.

Prije nekoliko desetljeća roditelji i djeca više su koristili različite alate, više se stvari samostalno izrađivalo, dok danas živimo u potrošačkom društvu, kupujemo gotove proizvode, pa tako učenici nemaju priliku sudjelovati čak ni u jednostavnim mjerenjima.

Upravo zbog te spoznaje u petom razredu krećem s konkretnim, jednostavnim mjerenjima opsega ravnalom i metrom, npr. knjige, klupe, učionice, školskog dvorišta. Smatram važnim krenuti s uputama kako crtati s geometrijskim priborom na bijelom papiru. Mnogi učenici petog razreda ne razumiju veličinu 1 cm, 1 dm, 1 m pa je nužno posvetiti vrijeme i tome problemu.

Pokazat ću različite zadatke koje smo rješavali na satima matematike petog razreda i koje su tipične greške radili učenici prije dvadeset godina, a koje čine danas, te kako ih možemo bolje razumjeti kroz Van Hielovu teoriju.

Tehnologija je nezamjenjiva i olakšava nam učenje geometrije, ali nikada ne bismo smjeli zaboraviti da je ona nadogradnja, a ne početak.

**Ključne riječi:** mjerenje, opseg, površina

**Literatura:**

1. MZOS - Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta (2006). Nastavni plan i program za osnovnu školu. Dostupno na: <https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/dodatni/129156.htm> (2. 4. 2024.)
2. MZO - Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019: <https://mzo.gov.hr/istaknute teme/odgoj-i-obrazovanje/nacionalni-kurikulum/predmetni-kurikulumi/matematika/746> (2. 4. 2024.)
3. Vlasnović, H., Cindrić, M. (2014). Razumijevanje geometrijskih pojmova i razvitak geometrijskog mišljenja učenika nižih razreda osnovne škole prema van Hieleovoj teoriji. Školski vjesnik: časopis za pedagoškijsku teoriju i praksu, 63(1-2), 37-51.

# LEPEZA MATEMATIČKIH ČAROLIJA

## radionica

**Dražena Potočki, Antonela Matajić**

[drazena.potocki@skole.hr](mailto:drazena.potocki@skole.hr), [antonela.matajic@skole.hr](mailto:antonela.matajic@skole.hr)

OŠ Novska, OŠ Rajić

### Prošireni sažetak

Svaki početak nosi sa sobom izazove, uključujući i početak školske godine. Često se zapitamo kako bi trebao izgledati početak školske godine. Je li dovoljno učenicima izreći pravila koja smo odredili, potreban pribor, sadržaje koje ćemo odraditi, navesti matematičke časopise, mogućnost dopunske ili dodatne nastave? Hoćemo li krenuti s ponavljanjem matematičkih sadržaja nižih razreda ili inicijalnim ispitom?

Odmakom od uobičajenog početka budimo znatiželju učenika. Želeći potaknuti zanimanje učenika za geometriju, geometrijske smo koncepte ugradili u različite aktivnosti s višestrukim ishodima koje ćemo prezentirati na ovoj radionici.

Aktivnost *Slomljeni krugovi* ukazuje da je snaga skupine jednaka snazi njezina najslabijeg člana, naglašavajući važnost svakog pojedinca u uspješnom izvršavanju zadatka. Učenicima zorno pokazujemo što znači rad u skupini, a njezina posebna vrijednost je u tome što se odvija bez ikakve komunikacije, verbalne ili neverbalne. Osim toga, aktivnost je pogodna za ponavljanje dijelova kruga i kružnice. Aktivnost *Izgradi to* zahtijeva pažljivo slušanje, razumijevanje zadanih pojmova i prostornu percepciju. Uz gradnju strukture od kockica po zadanim uputama učenici ponavljaju geometrijske pojmove (lik, tijelo, obujam). Aktivnost pod nazivom *Štapićima do kvadrata* potiče razmišljanje izvan okvira, razvijanje apstraktnog mišljenja i suradnički rad. Ove i ostale aktivnosti (*Kristalna kugla, Matematički test osobnosti, Kriptografija, Bingo, Razbij šifru, Trik s kartama, Složi kvadrat, ...*) mogu potaknuti zanimljive uvode, potaknuti učenike na razgovor, naglasiti važnost svakog pojedinca za zajednički uspjeh i postaviti ton za uspješan nastavak školske godine. Također mogu povećati motivaciju učenika i olakšati im razumijevanje geometrijskih sadržaja i potaknuti njihovu znatiželju.

Većina aktivnosti može se provesti i tijekom same školske godine: kao uvod ili završetak sata, tijekom različitih projekata, na satu razrednika ili kao aktivnosti kojima možemo završiti školsku godinu.

Tijekom radionice učitelji će se naći u ulozi učenika i isprobati neke od prikazanih aktivnosti. Na kraju svake aktivnosti polaznici će analizirati njezinu učinkovitost, identificirati njezine prednosti, gdje je možemo primijeniti i kako je eventualno unaprijediti.

Vjerujemo da ćemo ovom radionicom potaknuti učitelje da uspješno započnu i nastave školsku godinu i da prepoznaju pozitivan učinak predloženih aktivnosti na učenike.

**Ključne riječi:** komunikacija, početak školske godine, suradnja

**Literatura:**

1. <https://mathequalslove.net/first-week-of-school-activities> (18. 3. 2024.)
2. <https://www.middleweb.com/35616/first-week-activities-my-math-classes-loved/> (18. 3. 2024.)
3. <https://stressfreemathforkids.com/math-education/math-for-the-first-week-of-school> (18. 3. 2024.)

# POTICANJE RAZVOJA LOGIČKO-KOMBINATORIČKOG MIŠLJENJA KOD UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA

Ana Prlić

[anaprlic@math.hr](mailto:anaprlic@math.hr)

Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odsjek

## Prošireni sažetak

Kombinatorni problemi zahtijevaju logičko razmišljanje i sposobnost praćenja niza koraka do rješenja. Rješavanje logičko-kombinatornih zadataka pomaže učenicima da razviju svoje logičke i rezonirajuće vještine koje su ključne za sva područja matematike, a važne su i za učenje općenito. Nadalje, bavljenje logičko-kombinatornim problemima potiče kreativnost, istraživanje, znatiželju, suradnju i komunikaciju. Također, priprema su i za usvajanje naprednijih tema u matematici, kao što su npr. vjerojatnost i matematička indukcija. Imaju i jednu prednost naspram ostalih matematičkih disciplina – učenik može svladati i pratiti gradivo bez nekog velikog predznanja i pri tome se dobro zabaviti. Integriranjem kombinatorike u osnovnoškolski kurikulum nastavnici mogu pomoći učenicima izgraditi čvrst matematički temelj, poboljšati njihove vještine rješavanja problema i logičkog razmišljanja te potaknuti trajni interes za matematiku. Vještine potrebne za svladavanje logičko-kombinatornih problema zapravo su iste one vještine koje su potrebne za razvoj matematičkog mišljenja općenito. Osim toga, podučavanje kombinatorike izvrsna je prilika da nastavnik vrati interes za matematiku kod učenika koji su taj interes izgubili rješavanjem šablonskih zadataka.

Unatoč važnosti učenja kombinatorike, taj dio gradiva najmanje je zastupljen u matematičkom obrazovanju i često se obrađuje samo na dodatnoj nastavi, u sklopu pripreme za matematička natjecanja, čime je velik dio učenika uskraćen za znanje koje bi mogao svladati bez naročitih poteškoća. Mnogi zadatci s viših razina natjecanja mogu se prilagoditi osnovnoškolcima kako bi lakše razumjeli i zavoljeli kombinatoriku, a time i matematiku.

Postoje razni alati koje nastavnik može koristiti za poučavanje logičko-kombinatornih problema, npr. crtanje Vennovih dijagrama, grafova, tablica, ispisivanje sustavnih lista, interaktivne aktivnosti, matematičke igre, mozgalice te korištenje edukativnih softvera. Na predavanju ćemo pokazati neke od metoda.

**Ključne riječi:** kombinatorika, logika

**Literatura:**

1. M. Bašić, *Aha! Putovanje u središte problema*, HMD, Zagreb, 2020.
2. A. Čižmešija, S. Stilinović, *Strategije rješavanja problemskih zadataka*, prezentacija
3. V. Devidé, *Gros (tucet tuceta) matematičkih zadataka*, Element, Zagreb, 1995.
4. V. Stošić, *Matematička natjecanja učenika osnovnih škola*, Element, Zagreb, 1994.



## DULJINE, VISINE I DRUGI PODATCI

**Andreja Ptiček**

[andreja.pticek@skole.hr](mailto:andreja.pticek@skole.hr)

OŠ Matije Gupca Gornja Stubica

### Prošireni sažetak

*MAT OŠ E.7.1. Organizira i analizira podatke prikazane dijagramom relativnih frekvencija* ishod je koji se ostvaruje u 7. razredu osnovne škole. Učenicima je najzanimljivije raditi s podacima koji su vezani direktno za njih i njihove vršnjake. S tim ciljem odlučila sam da prikupljaju i analiziraju podatke koji su vezani uz njih.

U domeni *Podatci, statistika i vjerojatnost* preporuka je da učenici od prvog razreda osnovne škole prikupljaju, prikazuju i analiziraju podatke iz njihove neposredne okoline. U prvom se razredu služe podacima i prikazuju ih piktogramima i jednostavnim tablicama, a u trećem se razredu počinju služiti i dijagramima. U četvrtom razredu provode jednostavna istraživanja i analiziraju dobivene podatke, a u petom razredu počinju baratati podacima prikazanim na različite načine, uz računanje aritmetičke sredine brojevanih podataka. U šestom razredu podatke prikazuje tablično linijskim i stupčastim dijagramom frekvencija, a u sedmom razredu organiziraju i analiziraju podatke prikazane dijagramom relativnih frekvencija (kružnim dijagramom).

S ciljem povećanja međurazredne i međugeneracijske suradnje te boljeg upoznavanja, učenici sedmih razreda prikupljali su podatke o visini, duljini stopala, broju obuće i datumu rođenja učenika sedmih i petih razreda. Kad su prikupili podatke, samostalno ili u paru su ih obrađivali. Obrada i prikaz obuhvaćali su prikaz stupčastim dijagramom frekvencija i kružnim dijagramom relativnih frekvencija po razredu i po spolu te aritmetičku sredinu podataka. Učenici su mogli birati hoće li koristiti računalo.

Na temelju prikupljenih i razvrstanih podataka učenici su mogli uvidjeti jesu li u petom razredu više djevojčice ili dječaci, koji je najčešći raspon visina djevojčica a koji dječaka u petom i sedmom razredu, čija su stopala dulja i za koliko, isplati li se kupovati skupe tenisice s obzirom na brzinu rasta stopala, koji broj obuće imaju najčešće dječaci a koji djevojčice u pojedinoj dobi, koliko učenici narastu od petog do sedmog razreda, narastu li više dječaci ili djevojčice i ima li mjesec rođenja veze sa učenjem i ponašanjem.

Radovi su prezentirani unutar razreda te su izvješeni u holu škole i na mrežnim stranicama škole.

U svim fazama rada pojavljivalo se međuvršnjačko zadirkivanje. Ono je bilo poticaj za razgovor o različitoj brzini rasta i razvoja, o različitostima, o održavanju pravilne higijene tijela i o brizi o svom tijelu, čime je u rad uključena i međupredmetna tema Zdravlje.

Iako je bilo zahtjevno, učenicima je bilo zanimljivo sudjelovati u istraživanjima. Veselila ih je suradnja s ostalim učenicima pri prikupljanju podataka. Interesirali su ih krajnji rezultati kojima su potvrdili ili opovrgnuli svoje pretpostavke te se i iznenadili neočekivanim rezultatima.

**Ključne riječi:** kružni dijagram relativnih frekvencija, osobni podatci, stupčasti dijagram frekvencija

**Literatura:**

1. [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_7\\_146.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html) (30. 3. 2024.)
2. [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_10\\_212.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_10_212.html) (30. 3. 2024.)

# FINANCIJSKI ODGOVORNJI – PRISTUPI I STRATEGIJE U OSNOVNOJ ŠKOLI

**Mirela Puškarić**

[mirela.puskaric@skole.hr](mailto:mirela.puskaric@skole.hr)

Osnovna škola Zapruđe, Zagreb

## Prošireni sažetak

### Kako postati financijski odgovorniji

Financijska pismenost ključna je vještina za svakog pojedinca. Učenje o upravljanju novcem od malih nogu, može pomoći učenicima razviti zdrave financijske navike koje će im koristiti tijekom cijeloga života. Ova je tema posebno važna jer se financijska pismenost ne odnosi samo na razumijevanje novca, već i na razumijevanje kako naše financijske odluke utječu na naš svakodnevni život te osobito na našu budućnost.

### Ciljevi izlaganja

Vjerujem kako svijest o važnosti ove teme u očekivanoj populaciji sudionika kongresa zasigurno postoji.

Izlaganje stoga ima za cilj ponuditi sudionicima različite strategije i pristupe za integraciju financijske pismenosti u nastavne i izvannastavne aktivnosti u osnovnoj školi, osobito kroz kurikulume nastave matematike i informatike.

Kroz izlaganje nastavnici će imati priliku upoznati konkretne primjere iz autoričine prakse.

Nizom različitih aktivnosti učenici se upoznaju s ključnim konceptima financijske pismenosti, uključujući potrebe, želje, štednju i trošenje.

Naglasit ću važnost uključivanja ove teme u strateške školske dokumente, potom izložiti konkretne načine obrade pojedinih sadržaja nastave matematike i informatike te povezivanja teme novca sa sadržajima spomenutih predmetnih kurikuluma.

Posebno ću istaknuti ulogu praktičnih aktivnosti kroz rad školske zadruge, praćenje budžeta, pripremu artikala i modeliranja cijena, a kroz koje učenici stječu vlastito i praktično iskustvo upravljanja novcem.

Prikazat ću mogućnost korištenja različitih digitalnih alata i tehnologija u obrazovanju, posebno alata za dizajn i 3D dizajn.

Obilježavanje različitih dana, poput naše školske *Znanstvene večeri*, *Svjetskog dana štednje* i *Svjetskog dana zaštite potrošača*, *Dana sigurnijeg interneta* itd. pruža dodatne prilike za učenje o financijskoj pismenosti i sigurnom upravljanju vlastitim novcem. Također, suradnja s udrugama i sudjelovanje u projektima pružaju mogućnost aktivnog uključivanja učenika u radioničke sadržaje te sudjelovanje na natjecanjima u financijskoj pismenosti.

Osim navedenog, pokazat ću i mogućnosti međurazredne i međuškolske suradnje koja pruža dodatnu priliku učenicima različite dobi za razumijevanje kako funkcionira svijet novca.

### **Digitalna aplikacija**

Za kraj predstaviti ću malu digitalnu aplikaciju koju razvijam s ciljem pružanja podrške učenicima u obradi sadržaja te pripremi za natjecanja, a koja može poslužiti učiteljima različitih profila kao podrška pri obradi, bilo kao predmetne ili međupredmetne nastavne teme.

### **Zaključak**

Financijska je pismenost od ključne važnosti u današnjem svijetu. S obzirom na sve veću složenost financijskih proizvoda i usluga, sposobnost razumijevanja i upravljanja novcem postala je nužna vještina za svakog pojedinca.

Dok tradicionalni matematički koncepti (poput računanja, određivanja postotka, izračuna kamata, razumijevanje kredita, analize podataka i vjerojatnosti i dr.) pružaju temelj za razumijevanje novca, novi digitalni alati te metode omogućuju učenicima da primijene ove koncepte u stvarnom svijetu na inovativnije načine. Na taj način, financijska pismenost predstavlja “susret starog i novog”, integrirajući tradicionalne i suvremene pristupe kako bi se poboljšala obrazovna iskustva učenika.

**Ključne riječi:** financijska pismenost, novac, odgovorna potrošnja

### **Izvori:**

- Mirela Puškarić – Financijski pismeniji, <https://read.bookcreator.com/s1CYzmZt3ZXfSzlNf5Z6WQaq5da2/cmvv2Rd7SrCmu8RNSRggaQ>
- <https://financijski-pismeniji.glide.page/>

### **Literatura:**

1. <https://www.stedopis.hr/wp-content/uploads/2023/11/Novac-i-ja.pdf> (Štedopis, Zagreb 2023.)
2. <https://fso.hr/wp-content/uploads/2022/04/2022-ProFiLE-prirucnik.pdf> (Forum za slobodu odgoja, Zagreb; OŠ Marije Jurić Zagorke, Vrbovec, 2022.)
3. <https://www.hanfa.hr/media/2eukwzku/2023-06-02-hi-final-istrazivanja-ipsos.pdf> (HNB, HANFA, Ipsos 2023.)
4. <https://www.nea.org/professional-excellence/student-engagement/tools-tips/resources-teaching-financial-literacy> (NEA, 2024.)

## NEKONVEKSNI PRAVILNI MNOGOKUTI

Natalija Radotović-Maksić, univ. spec., učiteljica savjetnica,

Gordana Jandel, dipl. uč., učiteljica savjetnica

[natalija.radotovic-maksic@skole.hr](mailto:natalija.radotovic-maksic@skole.hr), [gordana.jandel@skole.hr](mailto:gordana.jandel@skole.hr)

Osnovna škola „Vladimir Nazor“, Križevci; Osnovna škola Matije Gupca, Gornja Stubica

### Prošireni sažetak

Kurikulum nastavnog predmeta Matematika za 7. razred u Domeni C - Oblik i prostor kao jedan od ishoda *MAT OŠ C.7.1.* propisuje: *Crta i konstruira mnogokute i koristi se njima pri stvaranju složenijih geometrijskih motiva.* Razrada ishoda uključuje: *Prepoznaje mnogokute u prostoru. Opisuje mnogokut. Razlikuje pravilne i nepravilne mnogokute, konveksne i nekonveksne. Konstruira pravilne mnogokute. Skicira, crta ili konstruira nepravilni mnogokut. Korelacija s Tehničkom kulturom/Likovnom kulturom.*

Mnogokut je dio ravnine omeđen zatvorenom izlomljenom crtom. Mnogokuti se dijele na konveksne i nekonveksne. Za konveksan mnogokut vrijedi da skup točaka između bilo koje dvije točke mnogokuta također pripada mnogokutu. U nekonveksnom mnogokutu postoji par točaka čija dužina nije dio mnogokuta. Pravilan je mnogokut onaj kojemu su sve stranice istih duljina i svi kutovi istih veličina. U ovom priopćenju naglasak je na pravilnim nekonveksnim mnogokutima.

Konstruiramo kružnicu sa središtem u točki S i s radijusom r. Puni kut u središtu razdijelimo na  $n$  jednakih središnjih kutova. Presjek krakova kutova i kružnice označimo točkama. Spojimo li točke redom, dobit ćemo pravilan mnogokut (npr. pravilan peterokut). No spojimo li svaki drugi vrh pravilnog peterokuta, dobit ćemo „pentagram“, simbol četiri fizička elementa – zemlje, zraka, vatre, vode – i duha, tj. *nekonveksni pravilni peterokut*. I dalje njegove stranice čine zatvorenu izlomljenu crtu. Spojimo li svaki treći, četvrti, peti vrh itd. pravilnog mnogokuta, dobit ćemo zanimljive likove koje zovemo *nekonveksnim pravilnim mnogokutima ili zvjezdastim pravilnim mnogokutima*.

Spojimo li svaki drugi vrh pravilnog šesterokuta, dobit ćemo dvije izlomljene zatvorene crte koje čine simbol „Davidove zvijezde“. U pravilnom osmerokutu ako spajamo svaku drugu točku na kružnici, dobit ćemo zvjezdasti osmerokut s dvije zatvorene crte, a ako spajamo svaku treću točku, dobit ćemo zvjezdasti osmerokut s jednom izlomljenom crtom. „Broj zvjezdastih pravilnih mnogokuta najveći je cijeli broj manji od  $(\frac{n}{2} - 1)$ “ gdje je  $n$  broj vrhova (Halapa, 2003.)

U priopćenju će se napraviti kratak osvrt na nastanak zvjezdastih mnogokuta te pokazati primjeri učenika iz prakse.

**Ključne riječi:** pravilni mnogokut, zvjezdasti mnogokut

**Literatura:**

1. Halapa, M.: Zvezdasti mnogokuti, Matka 12 (2003. /2004.) br. 47, str. 164-165.
2. <https://www.youtube.com/watch?v=omsNTaNLvAA> 2017. g.
3. [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_7\\_146.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html) (22. 1. 2019.)

## UČIMO GEOMETRIJU JEDNI OD DRUGIH!

**Tanja Soucie, Kristina Gregurin, Damir Belavić**

[soucie.tanja@gmail.com](mailto:soucie.tanja@gmail.com), [kris.gregurin@gmail.com](mailto:kris.gregurin@gmail.com), [dbelavic@gmail.com](mailto:dbelavic@gmail.com)

Osnovna škola Silvija Strahinira Kranjčevića, Zagreb

Osnovna škola Antuna Augustinčića, Zaprešić

Osnovna škola Ludina, Velika Ludina

### Prošireni sažetak

Zamislite da imate učenike koji samostalno rade na zahtjevnim matematičkim zadacima, koji međusobno podučavaju jedni druge i aktivno razmišljaju o matematičkim problemima.

Teško, zar ne?

Danas se susrećemo s učenicima koji imaju premalo pažnje, žele doći do cilja nekim prečacima i imaju nerazvijene radne navike. No, iz vlastita iskustva možemo vam reći da smo imali prilike vidjeti učenike koji ne samo da aktivno razmišljaju, već i surađuju kako bi zajedno došli do rješenja. I to nisu bile neke posebne skupine darovitih učenika, nego naši klasični razredi gdje ima učenika raznih sposobnosti i razina predznanja.

Kako je to moguće?

Building Thinking Classroom inovativan je pristup poučavanju u kojem učenici aktivno rade u nasumično odabranim skupinama od tri člana na vertikalno usmjerenim bijelim pločama. Ovaj se pristup temelji na sustavnom istraživanju Petara Lijedahla koji je opisan u njegovoj istoimenoj knjizi ), *Building Thinking Classroom in Mathematics, (Grades K -12): 14 teaching practices for enhancing learning*.

Načini implementacije podijeljeni su u tri različite skupine alata, tj. tehnika poučavanja koje se postupno implementiraju. Prva skupina uvodi se odjednom i podrazumijeva rad u vidljivo nasumično odabranim skupinama na vertikalno usmjerenim bijelim pločama ili bilo kakvim pločama s kojih se rad jednostavno briše te na nerutinskim zadacima otvorenog tipa i sličnim zadacima koji zahtijevaju aktivno promišljanje. Druga skupina uvodi se postupno, jedna po jedna, a vezana je uz način kada, gdje i kako se zadaju problemi na kojima će učenici raditi, način postavljanja pitanja i vođenja nastave te novu ulogu domaće zadaće. Treća skupina alata/tehnika vezana je uz naputke i nadogradnju aktivnosti koje se zadaju učenicima, konsolidaciju i učeničko vođenje bilješki. Posljednja skupina vezana je uz vrednovanje.

U prikazu će biti predstavljena istraživanja na kojima se ovaj pristup poučavanju temelji, model poučavanja te načini njegove implementacije. Poseban naglasak bit će na iskustvima voditelja koji ovakav način nastave provode u svojim učionicama na nastavnim sadržajima koji su vezani uz ishode iz domena Oblik i prostor te Mjerenje.

Jedan od najboljih načina učenja je otkrivanje, istraživanje i učenje drugih. Sve to možemo napraviti i uz interaktivne digitalne materijale kroz grupni rad na ploči i otkrivanje različitih geometrijskih svojstava likova.

Integriranjem tradicionalnih nastavnih metoda s modernom tehnologijom, učenici se mogu dublje uključiti u predmet. Na primjer, korištenjem programa dinamične geometrije učenici mogu manipulirati likovima i trenutno vidjeti učinke svojih akcija, što poboljšava njihovo razumijevanje geometrijskih principa. Također, suradničke aktivnosti na pločama potiču osjećaj timskog rada i razvijaju vještine rješavanja problema.

U ovom predavanju prikazat ćemo kako integrirati ove alate u učionici, ilustrirajući kako digitalni izvori mogu nadopuniti i poboljšati tradicionalne nastavne metode. Prikazat ćemo kako spojiti staro i novo, kako spojiti računala i crtanje rukom kroz primjere iz nastave geometrije vezane za konstrukcije trokuta i paralelograma. Također, u petome razredu bit će pokazane neke aktivnosti vezane uz dužine, pravce, polupravce, kutove, opseg i površinu, dok će u sedmom razredu biti pokazane neke aktivnosti vezane uz vektore, mnogokute te krug i kružnicu. Sve aktivnosti koje ćemo prikazati uspješno su provedene u nastavi.

Prikaz će biti i najava triju radionica koje nastavnike osnažuju za primjenu ovog pristupa poučavanju u vlastitoj nastavi.

**Ključne riječi:** Building Thinking Classroom, nasumično odabrane skupine, vertikalno usmjerene bijele ploče

**Literatura:** [Navedena po abecednom redu autora, najviše 5 izvora.]

1. Liljedahl P., (2020), Building Thinking Classroom in Mathematics, (Grades K -12): 14 teaching practices for enhancing learning, Thousand Oaks, CA: Corwin Press Inc.
2. MZOŠ (2020.) Kurikulum nastavnih predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije i Matematika za srednje strukovne škole. Zagreb: MZOŠ.  
[https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/07/MAT\\_kurikulum\\_1\\_71.pdf](https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/07/MAT_kurikulum_1_71.pdf) (3. 4. 2024.)



## NERUTINSKI ZADATCI OTVORENOG TIPA

### radionica

**Tanja Soucie, prof., učitelj izvrstan savjetnik**

[soucie.tanja@gmail.com](mailto:soucie.tanja@gmail.com)

Osnovna škola Silvija Strahimira Kranjčevića, Zagreb

#### Prošireni sažetak

Peter Liljedahl u svojoj knjizi *Building Thinking Classroom* razmatra nov način organizacije i provođenja nastave u kojemu se sustavno radi na izgradnji razrednog ozračja u kojemu učenici izgrađuju vlastito matematičko znanje te suradnički promišljaju o matematici. Jedna od važnih komponenti takve nastave jest rad na nerutinskim zadacima otvorenog tipa koji potiču razumijevanje matematičkih koncepata i matematičko promišljanje.

Nerutinski zadatci otvorenog tipa su oni za koje učenik nema odmah poznatu metodu rješavanja i koji često obuhvaćaju različite metode kojima se takvi zadatci mogu riješiti i/ili imaju više različitih mogućih rješenja. Takvi zadatci od učenika zahtijevaju više kognitivne razine, apstraktno razmišljanje i stvaranje poveznica između matematičkih koncepata. Tijekom svojeg rada na takvim zadacima učenici otkrivaju nove matematičke koncepte i stvaraju njihovo kvalitetnije i dublje razumijevanje.

Prema National Council of Teachers of Mathematics, *Principles in Action* (NCTM 2014), „izvrstan matematički program zahtijeva učinkovito poučavanje u kojemu učenici imaju iskustvo samostalnog i timskog rada, i koje potiče njihovu mogućnost da izgrađuju smisleno razumijevanje matematičkih ideja te promišljaju matematički.“

Cilj radionice je podijeliti istraživanja i iskustva Petera Liljedahala na kojima se temelji istoimena knjiga te omogućiti sudionicima iskusiti rad na nerutinskim zadacima otvorenog tipa, osvijestiti načine na koji se vodi rasprava s učenicima i konsolidacija. Voditeljica radionice posljednje tri godine uspješno primjenjuje ovaj model u nastavi matematike te će s polaznicima radionice podijeliti uspjehe, ali i uobičajene izazove s kojima se susreće u svojem radu, kao i ideje kako takve izazove prevladati.

Radionica će započeti radom na nekoliko konkretnih nerutinskih zadataka otvorenog tipa na okomito usmjerenim bijelim pločama u vidljivo nasumičnim skupinama. Tijekom rada bit će modelirani načini komunikacije i organizacije koji su osmišljeni za poticanje aktivnog uključivanja u nastavni proces i samostalnog stvaranja poveznica i izgrađivanje novog matematičkog znanja. Nakon svakog zadatka provest će se rasprava. Način vođenja rasprave ovisit će o zadanom problemu. Poseban naglasak bit će na nastavi geometrije.

U drugom dijelu radionice pozornost će biti usmjerena na dizajn poticajnih zadataka otvorenog tipa i razgovor o konkretnim iskustvima u radu s učenicima.

**Ključne riječi:** Building Thinking Classroom, nerutinski zadatci, zadatci otvorenog tipa

**Literatura:**

1. Liljedahl P., (2020), *Building Thinking Classroom in Mathematics, (Grades K -12): 14 teaching practices for enhancing learning*, Thousand Oaks, CA: Corwin Press Inc.
2. National Council of Teachers of Mathematics. (2014) *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

## PISA ZADATCI I NJIHOVA ULOGA U NASTAVI MATEMATIKE

### radionica

**Sanja Stilinović, Gordana Gojmerac Dekanić, Maja Marić i Petar Radanović**

[s.stilinovic@osas.hr](mailto:s.stilinovic@osas.hr), [goga.dekanic@gmail.com](mailto:goga.dekanic@gmail.com), [majamaric26@net.hr](mailto:majamaric26@net.hr),  
[petar.radanovic2@skole.hr](mailto:petar.radanovic2@skole.hr)

OŠ Augusta Šenoae, Zagreb; OŠ Kajzerica, Zagreb; OŠ Nikole Tesle, Zagreb

#### Prošireni sažetak

Kao članovi Stručne radne skupine za matematiku dali smo osvrt na rezultate hrvatskih učenika u matematičkoj pismenosti istraživanja PISA 2022. PISA istraživanje nije temeljeno na školskim kurikulumima niti je usmjereno na obrazovna postignuća pojedinačnih učenika i škola. PISA istraživanje prije svega je usmjereno na vrednovanje učinkovitosti i pravičnosti obrazovnog sustava u cjelini. Ova radionica upotpunjuje predavanje voditeljice PISA istraživanja za RH, gospođe Ane Markočić Dekanić, u svrhu poticanja učitelja i nastavnika matematike na korištenje i konstrukciju zadataka po uzoru na PISA zadatke kao zadatke u nastavi koji podižu kompetencije učenika u području matematičke pismenosti.

U uvodnom dijelu radionice pokazat ćemo primjere objavljenih zadataka korištenih u ranijim ciklusima PISA istraživanja, usporediti razine postignuća te uspješnost naših učenika na ukupnoj matematičkoj skali na istraživanjima provedenim 2012. i 2022. Također, pokazat ćemo primjere zadataka po razinama, uz diskusiju uspješnosti naših učenika.

Potom će sudionici radionice radom u skupinama osmišljavati zadatke po uzoru na PISA zadatke te uz njihovo predstavljanje komentirati i razine, kako na skali korištenoj u PISA istraživanju, tako i razine definirane Nacionalnim kurikulumom.

U završnom dijelu radionice komentirat ćemo i učeničke stavove o nastavi matematike u RH te zajednički donijeti zaključke i upute za nastavu matematike u svrhu postizanja boljih rezultata naših učenika ne samo na PISA istraživanjima nego i općenito.

**Ključne riječi:** PISA istraživanje, PISA zadatci, razine postignuća

**Literatura:**

1. Ana Markočić Dekanić i suradnici: PISA 2022: REZULTATI, ODREDNICE I IMPLIKACIJE Međunarodno istraživanje znanja i vještina učenika, NCVVO, Zagreb, 2023.
2. Michelle Braš Roth i suradnici: PISA 2012: MATEMATIČKE KOMPETENCIJE ZA ŽIVOT, NCVVO, Zagreb 2013.
3. <https://www.oecd.org/pisa/data/2022database/>

## MALI GEOMETRIJSKI MEMENTO

Gabrijela Šitum, Marko Višić

[gabrijela.situm@skole.hr](mailto:gabrijela.situm@skole.hr), [marko.visic@skole.hr](mailto:marko.visic@skole.hr)

Osnovna škola Ravne njive – Neslanovac, Split

### Prošireni sažetak

Potaknuti zaboravljivošću učenika, ali i problemima koje smo uočili prilikom svladavanja sadržaja iz geometrije, svoje materijale koje godinama stvaramo i izrađujemo odlučili smo posložiti na jedno mjesto – u „*Mali geometrijski memento*“.

U svim razredima osnovne škole učenici se susreću s temeljnim geometrijskim pojmovima, konstrukcijama i zadacima. Sama geometrija često je mnogima od njih i najzahtjevniji dio gradiva. S godinama rada primijetili smo da naši učenici najviše zaboravljaju geometrijske sadržaje jer su, za razliku od nekih drugih područja, manje zastupljeni u kurikulumu osnovne škole. Kako bismo im barem malo pomogli, odlučili smo prikupiti stare i izraditi nove digitalne materijale uz pomoć kojih se uvijek mogu prisjetiti zaboravljenog.

„*Mali geometrijski memento*“ virtualna je knjiga izrađena u programima Book Creator i Canva, a materijali unutar knjige koriste širok spektar digitalnih alata. Unutar virtualne knjige sve je strukturirano i povezano na način kako bi se što lakše došlo do nejasnog pojma. Brojni kratki video-uradci korak po korak prezentiraju neke osnovne pojmove, konstrukcije, mjerenja, crtanja... Kroz igre, kvizove, križaljke i *escape roomove* učenici se mogu zabaviti, natjecati i provjeriti svoje znanje. Pregledom zadataka ponavljaju temeljne formule i postupak njihova rješavanja, a neke učeničke prezentacije izvor su raznih zanimljivosti.

Memento će biti javno objavljen na podstranici web stranice naše škole <http://os-ravnenjiveneslanovac-st.skole.hr/nastava/predmeti/matematika> do kraja nastavne godine i tako će biti dostupan svim učenicima za novu školsku godinu 2024./2025. Dio ovih materijala parcijalno je objavljivan na našoj stranici i učenici su ih i do sada koristili u radu.

Ono što je bitno je da naš rad nije gotov. Plan je da se ova virtualna knjiga konstantno nadopunjava novim geometrijskim sadržajima. Koliko smo ovom našom idejom pomogli učenicima, vrijeme će pokazati.

**Ključne riječi:** digitalni sadržaji, geometrija, virtualna knjiga

**Literatura:**

1. Paić, G., Bošnjak, Ž., Čulina, B., Grgić, N. (2020): Matematički izazovi 5-8, Alfa, Zagreb
2. Šikić, Z., Golac-Jakopović, B., Vuković, M., Krnić L.(2019): Matematika 7, Profil, Zagreb
3. Nemeth, T., Stajčić, G., Šikić, Z. (2019): Matematika 8, Profil, Zagreb
4. <https://pixabay.com/> (2019-2024)

## PROJEKT HRVATSKA STEM BAŠTINA – FAUST VRANČIĆ

Vesna Škreb Salamunić, Renata Brkanac

[vesna.skreb@skole.hr](mailto:vesna.skreb@skole.hr), [renata.brkanac@skole.hr](mailto:renata.brkanac@skole.hr)

OŠ Cvjetno naselje, Zagreb

### Prošireni sažetak

Pohađajući razne otvorene online tečajeve (MOOC) na stranici European Schoolnet Academy, pretražujući materijale iz raznih izvora (zanimljiva nam je bila platforma pod nazivom Europeana) te koristeći različite digitalne alate, kolegica Škreb i ja odlučile smo neke od završnih radova tečajeva pretvoriti u školske projekte.

Pokazat ćemo to na primjeru međupredmetnog školskog projekta *Hrvatsko STEM naslijeđe: Faust Vrančić*, osmišljenog u sklopu MOOC tečaja Integrated STEM Teaching for Secondary Schools (STE(A)M it). Tečaj je proveden krajem 2020. godine, završile smo ga kolegica Škreb, kolegica Josipa Kvasina Rimac (Hrvatski jezik) i ja, a školski smo projekt provele s učenicima 7. i 8. razreda od ožujka do lipnja 2023..

Učenici su projektu pristupili na satima Hrvatskoga jezika, gdje su proučavali Vrančićev život, istraživali društveno-povijesne okolnosti 16. stoljeća, stavljali se „u cipele“ izumitelja i u prvom licu pisali dnevnik. Potom su se na satima Matematike upoznali s nekima od Vrančićevih izuma, posebice mostovima. Crtali su svoje mostove po uzoru na Vrančićeve ili neke postojeće (uključujući i naš najnoviji, Pelješki most) te računali jednadžbe nekih od pravaca koji se nalaze na tim nacrtima (horizontala, vertikalna ili kosina). Upoznali su se i s programima za crtanje u tri dimenzije kao pripremu za 3D print, te su dvojica učenika kao završni rad izradila i model mosta na 3D printeru. Na satima Fizike istraživali su Vrančićevu izumiteljsku stranu, a na primjerima različitih mostova proučavali su problem ravnoteže. Kao završni zadatak trebali su pojedinačno ili u manjim grupama izraditi model mosta po vlastitom izboru (neki od postojećih, Vrančićev ili inspiriran njegovim zamislama).

Kruna projekta bila je izložba učeničkih radova u predvorju naše škole, koju su uz vodstvo učiteljica s projekta razgledali svi učenici predmetne nastave. Izloženi su mogući dnevnički zapisi, fotografije iz knjige *Novi strojevi (Machinae novae)* koje su učenike inspirirale na crtanje ili izradu vlastitih modela, Vrančićev portret te slika jednoga od mostova (akril na platnu), plakati na kojima su objedinjeni crteži mostova i dvadesetak različitih modela mostova. Neke radove potom smo u listopadu iste godine izložile u knjižnici Knežija.

Učenici su projektu pristupili krajnje ozbiljno, radovalo ih je proučavanje jednoga problema (izrada mosta) iz više različitih kutova i kroz više predmeta (Hrvatski jezik, Matematika, Fizika), svi su sudjelovali u jednoj ili više aktivnosti na način koji je njima odgovarao i na kraju su bili jako ponosni na svoj rad. Upoznali su život i rad jednoga od hrvatskih manje poznatih a vrlo produktivnih renesansnih intelektualaca. Povrh svega, radovao ih je odlazak na terensku nastavu na kojoj su posjetili i Memorijalni centar „Faust Vrančić“ na otoku Prviću.

**Ključne riječi:** integrirano učenje, STEM naslijeđe

**Literatura:**

1. Nikolić, G. (2018): Život i izumi Fausta Vrančića, Akademija tehničkih znanosti Hrvatske, Pučko otvoreno učilište, Zagreb
2. Vrančić, F. (1971.): Rječnik pet najuglednijih evropskih jezika: latinskog, talijanskog, njemačkog, hrvatskog, i mađarskog, Liber, Zagreb
3. <http://mc-faustvrancic.com/hr/> (2. 4. 2024.)
4. <http://virtualna.nsk.hr/vrancic/en/machinae-novae/> (20. 3. 2023.)
5. <https://www.kgz.hr/hr/dogadjanja/hrvatska-stem-bastina-faust-vrancic/64991>  
(11. 11. 2023.)



## VJEROJATNOST I KAMATE - PRIMJER IZ PRAKSE

Tamara Tomić, Tea Preksavec

[tamara.mlinar@gmail.com](mailto:tamara.mlinar@gmail.com), [preksavec.tea@gmail.com](mailto:preksavec.tea@gmail.com)

Osnovna škola Novska

### Prošireni sažetak

U sklopu sekcijских priopćenja prezentirat ćemo primjer dobre prakse koji smo provele sa svojim učenicima 8. razreda unutar cjeline Vjerojatnost i kamate.

Cilj prve aktivnosti je upoznati učenike s vrstama igara na sreću, pravilima igara te vjerojatnošću dobitka. Cilj druge aktivnosti je kroz realne životne situacije upoznati učenike s osnovnim pojmovima poslovanja s bankama.

Provedba prve aktivnosti na nastavnom satu matematike: upoznavanje s vrstama društvenih igara, igrama na sreću i pravilima igara, razgovor o vjerojatnosti dobitka, o čemu ovisi vjerojatnost dobitka i igranje društvenih igara. Učenici su se susreli s ključnim dijelom lutrijskog sustava: generatorom slučajnih brojeva (RNG – Random Number Generator). Samostalna aktivnost za učenike u obliku domaće zadaće bila je osmišljavanje i prezentiranje vlastite igre na sreću. Učenici su nakon prezentiranja odigrali najzanimljiviju i najbolje osmišljenu igru. Kroz igru i zabavu, učenici su usvojili razliku pojmova povoljnog događaja i skupa elementarnih događaja, te uočili da svaka kombinacija brojeva ima jednaku vjerojatnost da bude izvučena.

Provedba druge aktivnosti je projektni zadatak u kojemu su učenici dobili stvarnu životnu situaciju (npr. muž i žena dolaze u dvije različite banke informirati se o stambenom kreditu) kroz koju su uvježbali nove pojmove. Učenici su sami istraživali realne ponude kredita u različitim bankama. Zatim su osmislili nazive svojih banaka koje su imale vlastite ponude (izračune kredita). Uz matematičke izračune, osmislili su scenarije te ih odglumili.

Provedena aktivnost za učenike probudila je svijest o činjenici da bi se lutrija trebala smatrati zabavom, a ne pouzdanim izvorom financijske pismenosti, te da se analiza šansi za dobitak na lutriji temelji na statističkim podacima, a vjerojatnost dobitka ovisi o nekoliko čimbenika kao što su broj mogućih kombinacija brojeva i veličina nagradnog fonda. Učenici najbolje uče iskustvom. Tako su na zabavan način usvojili osnovne pojmove poput štednje, kredita, glavnice, kamate, kamatne stope, obračunskog razdoblja i kreditne sposobnosti.

**Ključne riječi:** igre na sreću, kamate, vjerojatnost

**Literatura:**

1. Sarapa, N., (2002): Teorija vjerojatnosti, Školska knjiga, Zagreb
2. <https://www.lutrija.hr> (6. 4. 2024.)

## FORMULE U NASTAVI GEOMETRIJE – RJEŠENJE PROBLEMA ILI NAJVEĆI PROBLEM

Maja Zelčić, Zlata Hrzina

[mzelcic@gmail.com](mailto:mzelcic@gmail.com), [zlata.hrzina@gmail.com](mailto:zlata.hrzina@gmail.com)

Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb

### Prošireni sažetak

Kurikulum za nastavni predmet Matematika za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj objavljen 2019. godine poseban naglasak stavlja na rješavanje problema: „Težište suvremene nastave pomiče se s rješavanja zadataka u kojima se traži primjena već utvrđenoga postupka na razvoj vještina i sposobnost njihove primjene u nepoznatim situacijama“ (4). Međutim, primjetno je da se i dalje na nastavi geometrije veći naglasak stavlja na proceduralno algebarsko, umjesto na geometrijsko rješavanje problema. Uočava se niz problema:

- serviranje velikog broja gotovih formula bez razumijevanja koncepta
- prihvaćanje i korištenje formula iako učenici ne znaju objasniti zašto vrijede
- svođenje rješavanja zadatka na pravilno označavanje i uvrštavanje u određenu formulu (ponavljanje poznate procedure bez razumijevanja)
- odustajanje od rješavanja problema koji se razlikuje od već viđenoga („ovo nismo učili“).

Uočeni problemi bit će potkrijepljeni primjerima zadataka s održanih MAT liga, ekipnog natjecanja osnovnih i srednjih škola iz matematike, i postotcima njihove riješenosti. Uz to, bit će navedeno i vlastito iskustvo tridesetogodišnjeg rada s učenicima prvih razreda u prirodoslovno-matematičkoj gimnaziji.

Da bismo učenje geometrije na nastavi podigli na višu razinu od uvrštavanja u formule, potreban je drugačiji pristup. Tijekom priopćenja bit će navedeno nekoliko prijedloga strategija koje objedinjuju dosadašnje učeničke spoznaje, prirodno ih nadograđuju i dovode do generalizacije. Detaljnija razrada i primjeri bit će predstavljani na radionici: Novi pristup starom problemu – geometrija bez formula.

Ključna stvar pri učenju matematike jest da učenik razumije u svakom trenutku što i zašto to radi. Često se čini jednostavnije učenicima bez objašnjenja ponuditi gotov recept ili formulu koja će donijeti točan rezultat, ali učinci takvih metoda su kratkoročni, brzo zaboravljivi i često kontraproduktivni. Doživi li učenik matematiku kao niz naredbi koje izvršava, pazeći pritom samo na to da ne pogriješi u računu, ne možemo očekivati od njega da će sam riješiti iole složeniji problem. Takav pristup razvit će osjećaj nemoći i negativne emocije prema matematici. Sat vremena koje ćemo “potrošiti” na to da učenik sam, uz naše vođenje, dokuči što ga vodi rješenju daleko je pametnije uloženo vrijeme nego da smo mu servirali gotovu metodu koju će on samo primijeniti na par sličnih zadataka. Bez obzira na sve

poteškoće prilikom usvajanja geometrijskog znanja, ne smijemo zaboraviti da je geometrija najbolje sredstvo za razvijanje matematičkog mišljenja, a uz to je i neizostavna zbog široke primjene.

**Ključne riječi:** formula, geometrija, opseg, površina

### **Literatura:**

1. Zelčić, M., Nemeth, T. (2022): MAT liga 2-3-4, zbirka riješenih zadataka s ekipnih natjecanja iz matematike u 2., 3. i 4. razredu osnovne škole, 2. dio, Element, Zagreb
2. Zelčić, M., Nemeth, T. (2023): MAT liga 5-6, Geometrija, zbirka riješenih zadataka za dodatnu nastavu iz matematike u 5. i 6. razredu osnovne škole, Element, Zagreb
3. <http://matzelcic.com.hr/mat-liga/> (31. 3. 2024.)
4. [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_7\\_146.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html) (22. 1. 2019.)