



Nacionalni centar
za vanjsko vrednovanje
obrazovanja

Ispit iz matematike na državnoj maturi – izazov i prilika za poboljšanje

Neda Lesar, prof.

Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja, Zagreb

Josip Kličinović, prof.

Tehnička škola Ruđera Boškovića, Zagreb



15 godina mature

2010. godine na B razini:

- 16 zadataka višestrukoga izbora
- od 17. do 21. s jednom česticom
- 22. do 24. s jednom česticom ali s dva boda
- 25. i 26. s dvije čestice po jedan bod
- 27. zadatak s tri nevezane čestice po jedan bod
- 28. s dvije nevezane čestice po jedan bod

2019. godine na B razini:

- 16 zadataka višestrukoga izbora
- 17. i 18. s jednom česticom
- 19. do 26. s dvije nevezane čestice po jedan bod
- 27. i 28. zadatak s tri nevezane čestice po jedan bod



15 godina mature

2010. godine na A razini:

- 15 zadataka višestrukoga izbora
- 16. i 17. s jednom česticom
- 18. – 24. s po dvije nevezane čestice
- 25. s tri čestice
- 26. i 27. s jednom česticom
- 28. s tri vezane čestice
- 29. s pet vezanih čestica (s 1, 2 ili 3 boda)
- 30. zadatak s 4 boda

2019. godine na A razini:

- 15 zadataka višestrukoga izbora
- 16. – 24. s po dvije nevezane čestice
- 25. – 27. s po tri nevezane čestice
- 28. s jednom česticom i 2 boda
- 29. s tri nevezane čestica po dva boda i dvije s po tri boda
- 30. zadatak s 4 boda



- Puno bolne statistike

- 2009./2010. 33560 pristupnika
- 2022./2023. 27518 pristupnika

} **minus 18%**

- I puno pozitivne ...

- A razina:

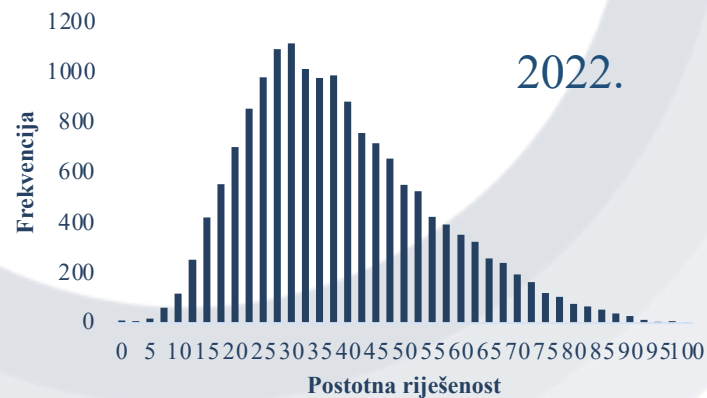
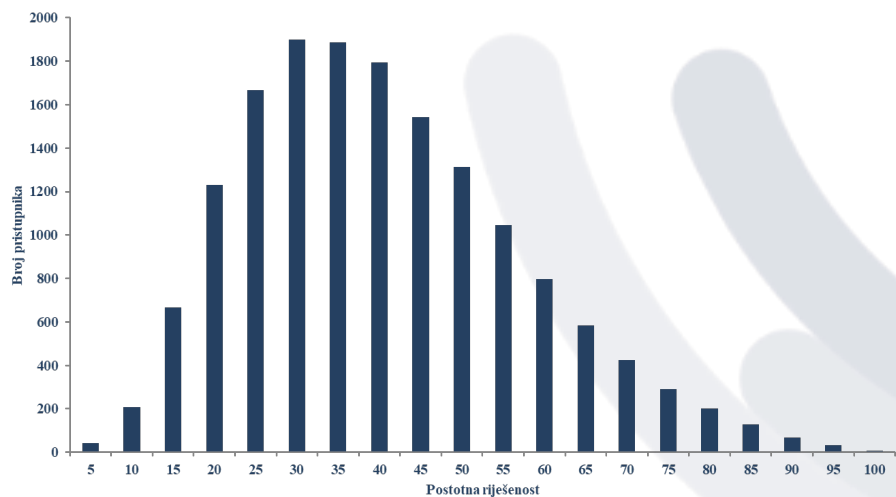
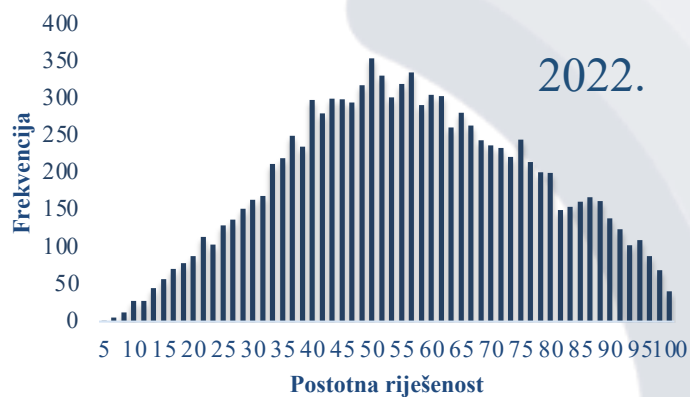
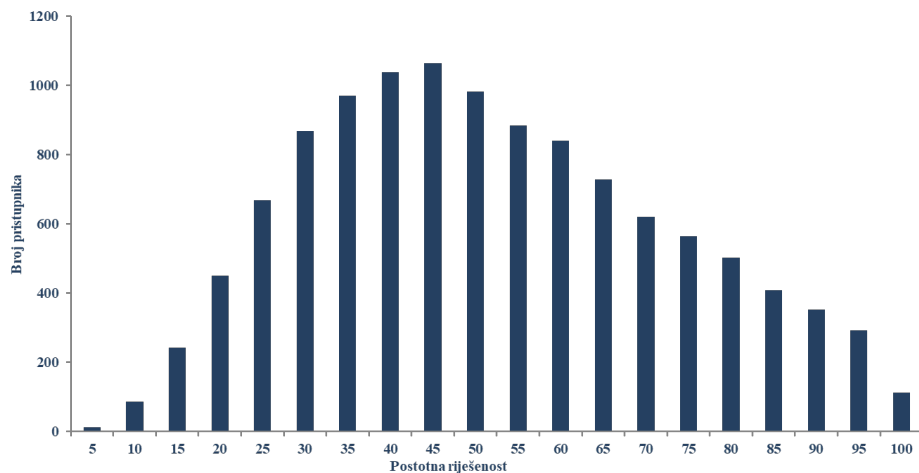
- 2009./2010. 28,68 % pristupnika
- 2022./2023. 42,46 % pristupnika

} **plus 14%**



Nacionalni centar
za vanjsko vrednovanje
obrazovanja

Distribucija ukupnih rezultata na A i B razini 2023.

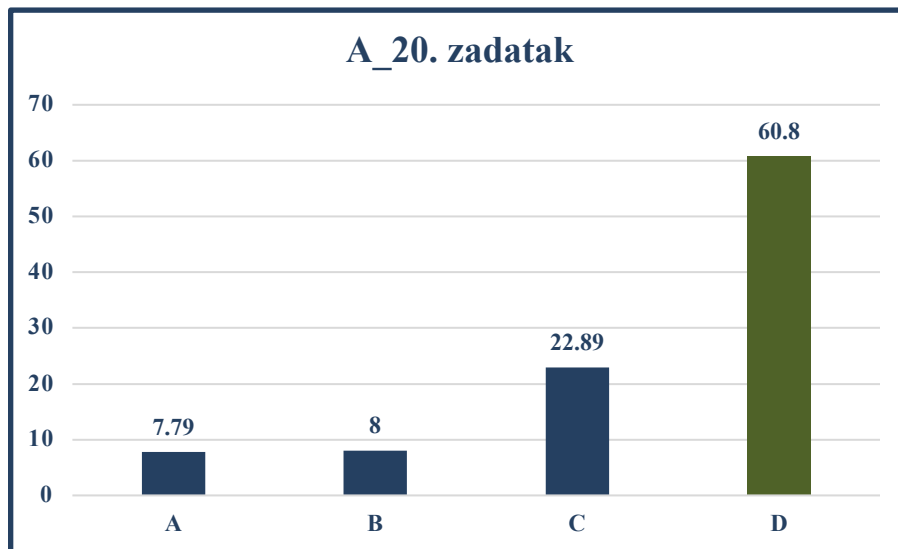




„Uprljana vjenčanica”

20. Koliko iznosi volumen tijela koje nastaje rotacijom pravokutnika sa stranicama duljina 7 cm i 8 cm oko kraće stranice?

- A. $196\pi \text{ cm}^2$
- B. $224\pi \text{ cm}^2$
- C. $392\pi \text{ cm}^2$
- D. $448\pi \text{ cm}^2$

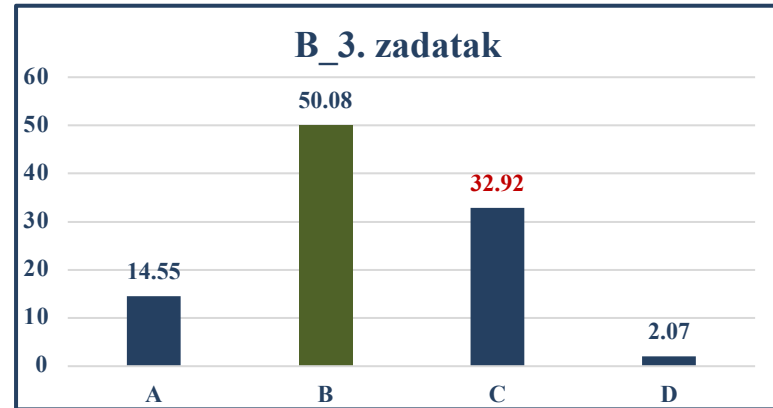




2022./2023.

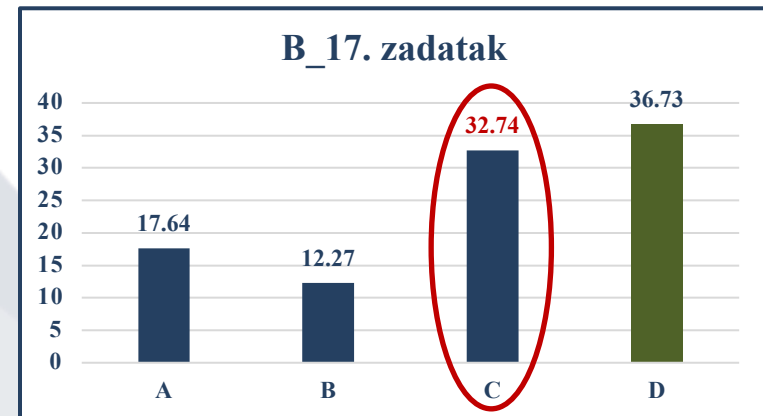
3. Početna cijena nekoga proizvoda poveća se za 50 %, a zatim se dobivena umanjuje za 50 %.
Koja od navedenih tvrdnja vrijedi za konačnu cijenu toga proizvoda?

- A. Jednaka je 50 % početne cijene.
- B. Jednaka je 75 % početne cijene.
- C. Jednaka je 100 % početne cijene.
- D. Jednaka je 125 % početne cijene.



5. Čemu je jednako jedno rješenje kvadratne jednadžbe $x^2 - x - c = 0$?

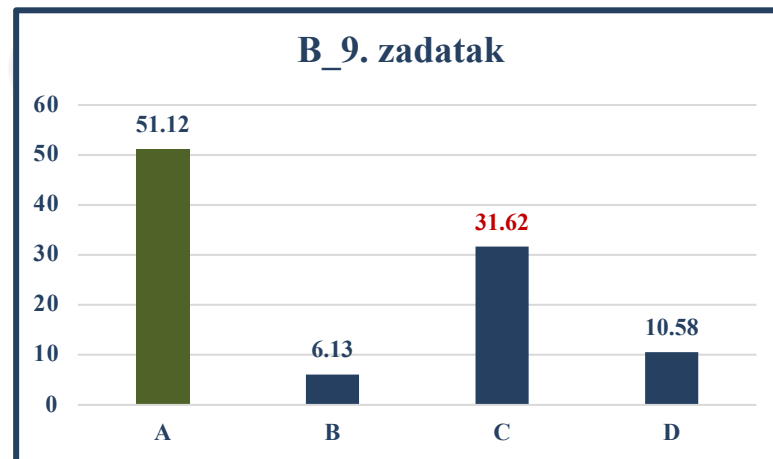
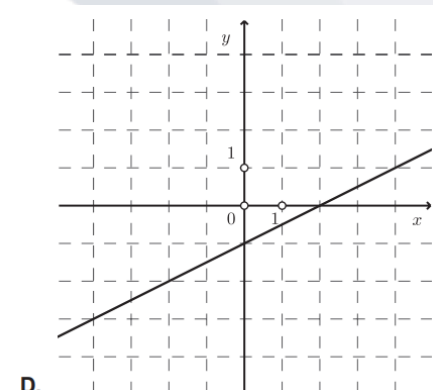
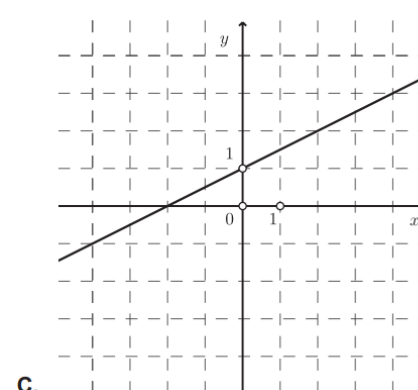
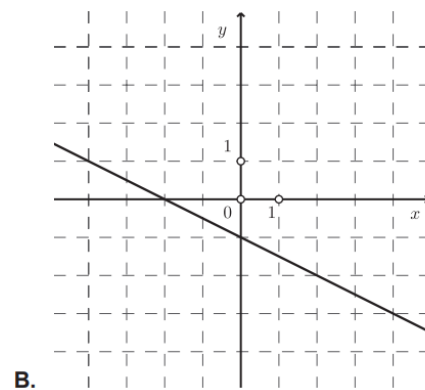
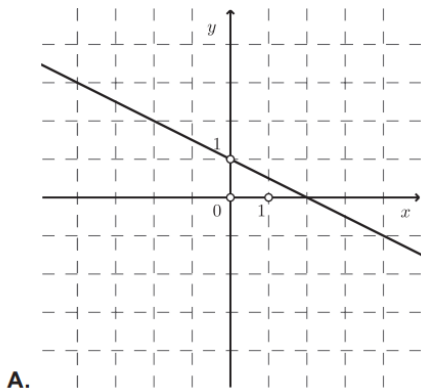
- A. $\frac{-1 + \sqrt{1 - 4c}}{2}$
- B. $\frac{-1 + \sqrt{1 + 4c}}{2}$
- C. $\frac{1 + \sqrt{1 - 4c}}{2}$
- D. $\frac{1 + \sqrt{1 + 4c}}{2}$





2022./2023.

7. Na kojoj je slici prikazan graf funkcije $f(x) = -0.5x + 1$?

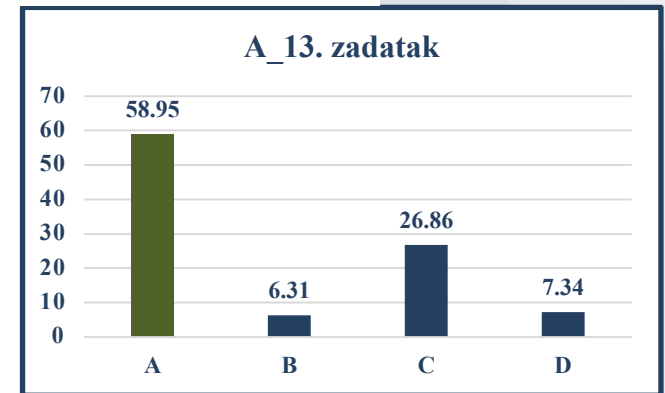




2020./2021.

13. Grafu koje je od navedenih funkcija os simetrije pravac s jednadžbom $x = 4$?

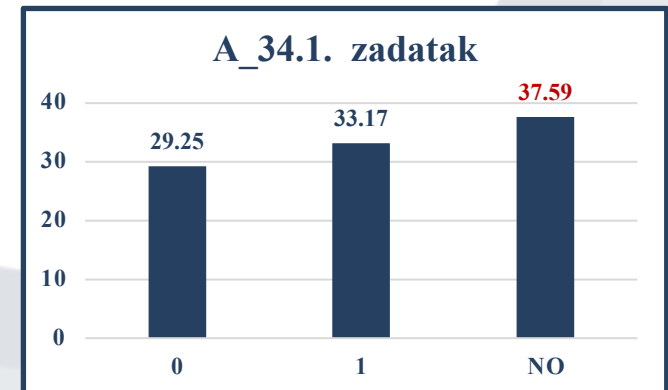
- A. $f(x) = (x - 2)(x - 6)$
- B. $f(x) = (x + 2)(x + 6)$
- C. $f(x) = (x + 2)(x - 4)$
- D. $f(x) = (x - 2)(x + 4)$



2022./2023.

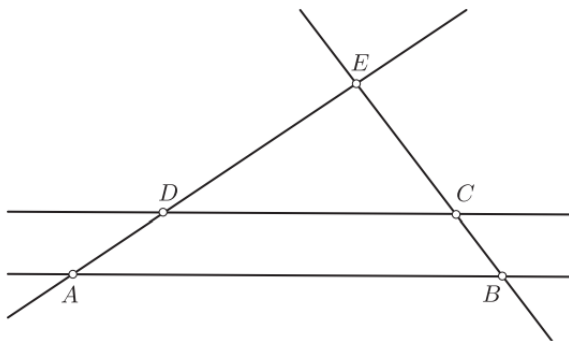
34. Zadana je kvadratna funkcija $f(x) = 3x^2 + 12x - 15$.

34.1. Napišite jednadžbu osi simetrije grafa funkcije f .



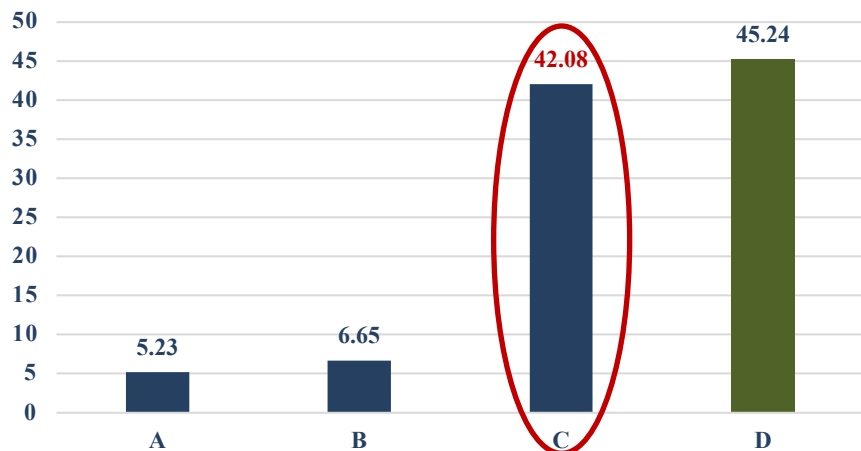


14. Pravci AB i CD prikazani na skici su paralelni. Ako je $|BC|:|CE|=3:5$ i $|AB|=24$ cm, kolika je duljina dužine \overline{CD} ?

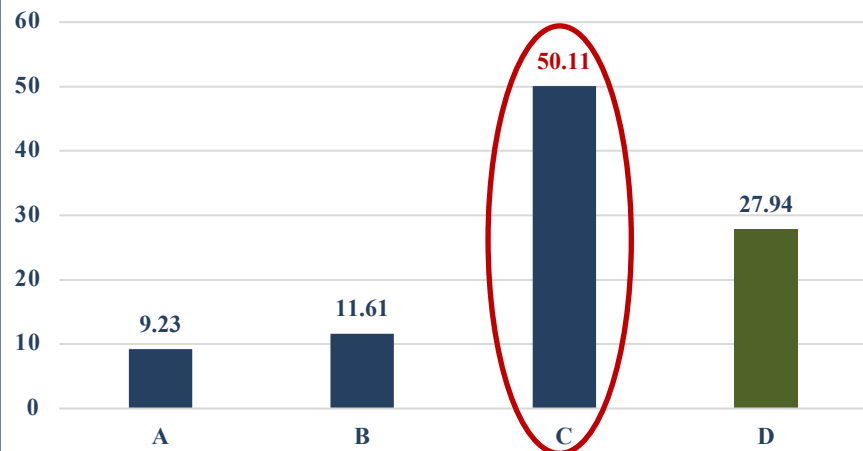


- A. 9 cm
- B. 9.6 cm
- C. 14.4 cm
- D. 15 cm

A_14. zadatak



B_14. zadatak

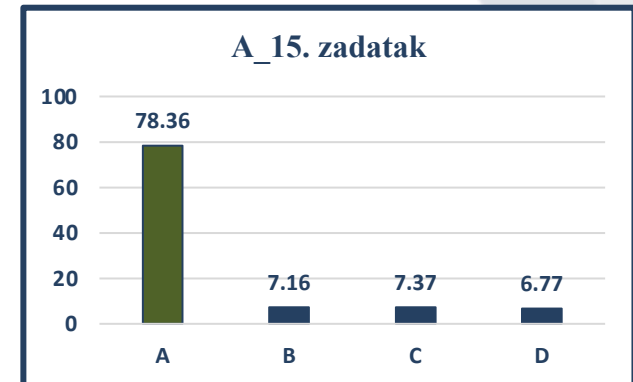




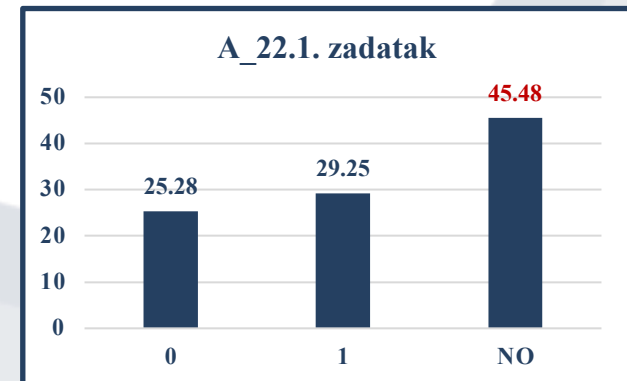
2020./2021.

15. Zadani su vektori $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$ i $\vec{c} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$. Kolika je vrijednost parametra k ako vrijedi $\vec{a} + k\vec{b} = \vec{c}$?

- A. -2
- B. -1
- C. 1
- D. 2



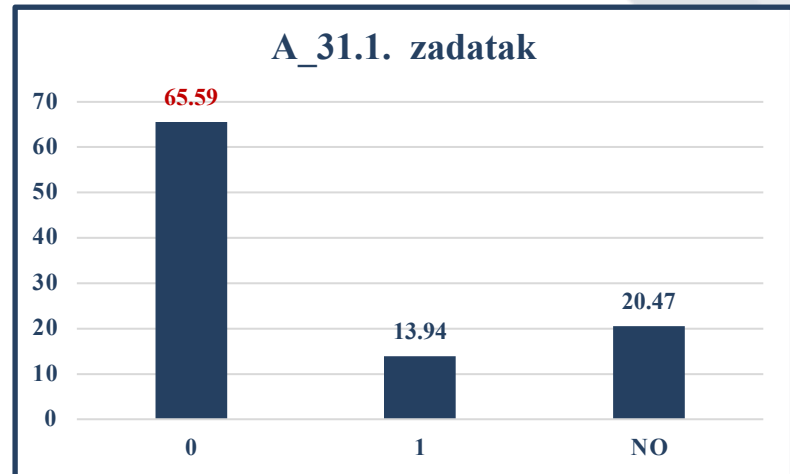
22.1. Izračunajte skalarni umnožak vektora $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$.





31.1. Koliko iznosi mod prikazanih podataka?

BROJ DJECE	VISINA (cm)
3	110
4	112
2	116
1	120
3	121
1	124





- 2020. zbog potresa na A su razini izostavljeni ishodi drugoga polugodišta 4. razreda
- Ljetni rok – vidjeli su se zadaci koje učenici nisu trebali rješavati
- Ponderiranje *1.1
- Jesenski rok:

ZADATAK IZUZET



2020. godina

- rad na Ispitnom katalogu za 2022. godinu
- ostvarenost dijela ishoda se više ne provjerava (kurikulum)
- značajna izmjena ishoda za B razinu



Novi ishodi na osnovnoj razini

- Primjenjuje znanstveni zapis broja.
- Primjenjuje i prikazuje podskup, uniju, presjek i razliku podskupova skupa realnih brojeva.
- Primjenjuje definiciju logaritma.
- Računa vrijednosti logaritamskih izraza.
- Rješava osnovne eksponencijalne i logaritamske jednadžbe.
- Rješava jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu.
- Računa s vektorima
- Računa mjeru kuta pravca s pozitivnim dijelom apscise i povezuje ga s koeficijentom smjera.
- Primjenjuje trigonometrijske omjere pri modeliranju problemskih situacija i za rješavanje problema u planimetriji.
- Primjenjuje poučak o sinusima i kosinusu
- Računa vjerojatnost događaja.



Nacionalni centar
za vanjsko vrednovanje
obrazovanja

Izmjena strukture ispita za šk. god. 2021./2022.

Osnovna razina

ISPITNA CJELINA	TIP ZADATKA	BROJ ZADATAKA	BODOVANJE
1.	zadaci višestrukoga izbora	20	20
2.	zadaci kratkoga odgovora	10	20
UKUPNO		30	40

Viša razina

ISPITNA CJELINA	TIP ZADATKA	BROJ ZADATAKA	BODOVANJE
1.	zadaci višestrukoga izbora	24	24
2.	zadaci kratkoga odgovora	13	22
3.	zadaci produženoga odgovora	3	14
UKUPNO		40	60



- 2024.
 - Zadatak „Dokaži”
-
- 2025. – prenumeracija zadataka
 - mijenjamo 2 za 1
 - broj bodova se neće promijeniti



Osnovna razina – 40 bodova

1.		VI	1
2.		VI	1
3.		VI	1
4.		VI	1
5.		VI	1
6.		VI	1
7.		VI	1
8.		VI	1
9.		VI	1
10.		VI	1
11.		VI	1
12.		VI	1
13.		VI	1
14.		VI	1
15.		VI	1
16.		VI	1
17.		VI	1
18.		VI	1
19.		VI	1
20.		VI	1

21.1.			
21.2.		KO	1
22.1.		KO	1
22.2.		KO	1
23.1.		KO	1
23.2.		KO	1
24.1.		KO	1
24.2.		KO	1
25.1.		KO	1
25.2.		KO	1
26.1.		KO	1
26.2.		KO	1
27.1.		KO	1
27.2.		KO	1
28.1.		KO	1
28.2.		KO	1
29.1.		KO	1
29.2.		KO	1
30.1.		KO	1
30.2.		KO	1

VEZANI ZADACI?!



Viša razina – 60 bodova

1.	VI	1
2.	VI	1
3.	VI	1
4.	VI	1
5.	VI	1
6.	VI	1
7.	VI	1
8.	VI	1
9.	VI	1
10.	VI	1
11.	VI	1
12.	VI	1
13.	VI	1
14.	VI	1
15.	VI	1
16.	VI	1
17.	VI	1
18.	VI	1
19.	VI	1
20.	VI	1
21.	VI	1
22.	VI	1
23.	VI	1
24.	VI	1

25.	KO	1
26.	KO	1
27.	KO	1
28.	KO	1
29.1.	VI	1
29.2.	KO	1
30.1.	KO	1
30.2.	KO	1
31.1.	KO	1
31.2.	KO	1
32.1.	KO	1
32.2.	KO	1
33.1.	KO	1
33.2.	KO	1
34.1.	KO	1
34.2.	KO	1
35.1.	KO	1
35.2.	KO	1
36.1.	KO	1
36.2.	KO	1
37.1.	KO	1
37.2.	KO	1

VEZANI ZADACI?!



- Zadaci produženog odgovora

38.1.		PO	2
38.2.		PO	2
39.1.		PO	3
39.2.		PO	3
40.		PO	4

- Ukupno – 60 bodova



- Nova struktura ispita bit će objavljena u Ispitnom katalogu za šk. god. 2024./2025. u rujnu ove godine.



Povratak na početak

2010. godine na A razini:

- 15 zadataka višestrukoga izbora
- 16. i 17. s jednom česticom
- 18. – 24. s po dvije nevezane čestice
- 25. s tri čestice
- 26. i 27. s jednom česticom
- 28. s tri vezane čestice
- 29. s pet vezanih čestica (s 1, 2 ili 3 boda)
- 30. zadatak s 4 boda

2019. godine na A razini:

- 15 zadataka višestrukoga izbora
- 16. – 24. s po dvije nevezane čestice
- 25. – 27. s po tri nevezane čestice
- 28. s jednom česticom i 2 boda
- 29. s tri nevezane čestica po dva boda i dvije s po tri boda
- 30. zadatak s 4 boda



- Možda izgleda da nije potpuno strukturirano
⇒ NE
- Vidljivo odstupa od današnje strukture
- Izazov ⇒ Prilika za poboljšanja



Zadaci „Dokaži”

- Zašto zadaci tipa „dokaži”?
- Kurikulum nastavnog predmeta Matematika definira sljedeće elemente vrednovanja:
 - Usvojenost znanja i vještina
 - Rješavanje problema
 - **Matematička komunikacija** – do sada se nije ispitivalo!



1. zadatak – Ispitni katalog

Ako mjera kuta između dva pravca iznosi 90° i pravci nisu paralelni s koordinatnim osima, dokažite da umnožak koeficijenata smjera tih pravaca iznosi -1 .

OBRAZOVNI ISHODI: MAT SŠ B.3.9., MAT SŠ C.3.7., MAT SŠ D.3.2. Primjenjuje jednadžbu pravca, MAT SŠ B.4.3. Analizira svojstva funkcija.

Postupak rješavanja:

$$\operatorname{tg} 90^\circ = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$$

$$1 + k_1 \cdot k_2 = 0$$

$$k_1 \cdot k_2 = -1$$



Obrazloženje: Funkcija tangens nije definirana za 90° te je $1 + k_1 \cdot k_2 = 0$ iz čega slijedi $k_1 \cdot k_2 = -1$.

BODOVANJE: Zapisana veza između tangensa kuta i koeficijenata smjera uz zaključak da tangens nije definiran za 90° donosi 1 bod. Obrazloženje da u tom slučaju nazivnik iznosi 0 iz čega slijedi tvrdnja zadatka koja donosi 1 bod.

NAPOMENA: Prihvaća se i bilo koji drugi ispravan način/metoda rješavanja zadatka.



2. zadatak – Ispitni katalog

Dokažite da je izraz $(2n+3)^2 + (n-3) \cdot (n+3) - 7n$ djeljiv brojem 10 za svaki prirodni broj n .

OBRAZOVNI ISHODI: MAT SŠ B.1.2. Računa s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima, MAT SŠ A.4.1. Analizira skup realnih brojeva.

Postupak rješavanja:

$$(2n+3)^2 + (n-3) \cdot (n+3) - 7n =$$

$$4n^2 + 12n + 9 + n^2 - 9 - 7n =$$

$$5n \cdot (n+1)$$



Vrijednost izraza $n \cdot (n+1)$ djeljiva je brojem 2 jer je umnožak dva uzastopna prirodna broja paran broj.

Objasnjeno: Izraz $5n \cdot (n+1)$ je djeljiv brojem 10, jer je djeljiv brojevima 2 i 5.

BODOVANJE: Faktorizacija izraza donosi 1 bod. Objasnjeno djeljivosti izraza brojem 10 donosi 1 bod.

NAPOMENA: Prihvaća se i bilo koji drugi ispravan način/metoda rješavanja zadatka.



3. zadatak – Probni ispit

Dokažite da kružnica $x^2 + y^2 + px - py + 0.25p^2 = 0$ dodiruje obje koordinatne osi za sve $p \neq 0$.

Jednadžba zadane kružnice je $\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2$

Obrazloženje: s obzirom da su apsolutne vrijednosti koordinata središta jednake polumjeru, kružnica dodiruje obje koordinatne osi.

1 bod: Jednadžba kružnice zapisana u obliku iz kojega se mogu odrediti koordinate središta i polumjer je zapisano središte i polumjer kružnice.

1 bod:

Obrazloženje: s obzirom na to da su apsolutne vrijednosti koordinata središta jednake polumjeru, kružnica dodiruje obje koordinatne osi.



Još jedan primjer

Dokažite da je broj $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$ paran broj za bilo koju vrijednost prirodnog broja n .

Postupak:
$$\frac{(n-1)! \cdot n \cdot (n+1)}{(n-1)!} = n \cdot (n+1)$$

Obrazloženje: Kako su n i $n+1$ dva uzastopna prirodna broja, jedan od njih je sigurno paran. Umnožak bilo kojeg broja parnim brojem je paran.



Što je ustvari SG?

- U zadacima produženog odgovora, ako pristupnik napravi grešku koja nije bitno pojednostavnila zadatak ili mu promijenila smisao, pristupnik može dobiti **može** dobiti **neke** od predviđene bodove za taj zadatak
- Važno je vidjeti je li pristupnik zadovoljio ishod, pogriješio u računu, ali dalje nastavio s korektnim postupkom i tom greškom (SLIJEDI GREŠKU!)
- Ako je postupak matematički korektan, pristupnik za postupak dobije bod.



Nacionalni centar
za vanjsko vrednovanje
obrazovanja

Hvala na pozornosti