

Pitanja za 3 boda:

1. [Danska] Nastavljajući prikazani sustav popunjavanja tablice, Hrvoje popunjava prazne ćelije brojevima do 40. Koji od ponuđenih dijelova može izrezati iz popunjene tablice?

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12				

- A)

12	
22	23
	33

 B)

12	
20	21
	28

 C)

12	
20	21
	29

 D)

12	
21	22
	30

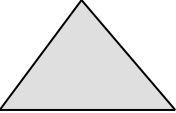

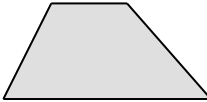
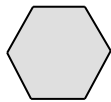

 E)

12	
21	22
	31

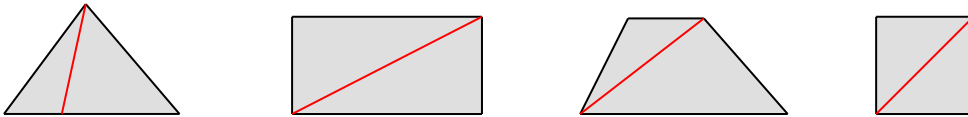
Rješenje: C

Svaki broj mora biti za 8 veći od broja napisanog točno iznad, a to je jedino u figuri C.

2. [Austrija] Koji se od sljedećih oblika ne može podijeliti jednom ravnom crtom na dva trokuta?

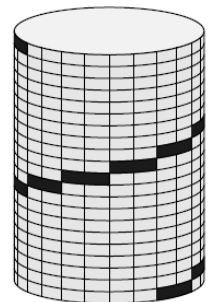
- A)  B)  C)  D)  E) 

Rješenje: D



3. [Kanada] Zita se penje od dna prema vrhu cilindričnog tornja. Sve stepenice jednakih su veličina. Ako je vidljivo devet stepenica, koliko ih nije vidljivo na slici?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13



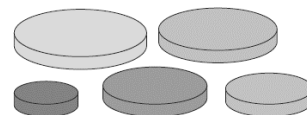
Rješenje: D

Za jedan horizontalni pomak potreban je jedan korak, ukupno 21.

$$21 - 9 = 12$$

4. [Slovenija] Ana ima pet diskova kružnoga oblika različitih veličina. Pomoću četiri diska želi sagraditi toranj tako da svaki disk u tornju bude manji od diska neposredno ispod njega. Koliko različitih tornjeva može izgraditi?

- A) 4 B) 5 C) 9 D) 12 E) 20



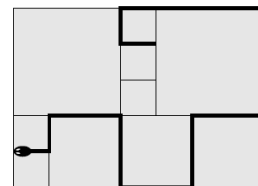
Rješenje: B

Odabrali četiri diska od pet mogućih isto je kao i izostaviti jedan. To znači da četiri diska može odabrati na pet različitih načina. Čim je odabrala četiri diska, postoji samo jedan način kako od njih može izgraditi toranj na opisani način. Ako diske označimo od 1 do 5, pri čemu je 1 najmanji, a 5 najveći, rješenja su: 2345, 1345, 1245, 1235, 1234.

Rješenje: C

Kako su $\square \diamond$ i $\heartsuit \triangle$ dva uzastopna dvoznamenkasta broja, zbog različitih znamenaka desetica zaključujemo da je $\diamond = 9$. To znači da je $\triangle = 0$ i $\square = 1$ pa je prvi broj 19, a onda je $\heartsuit = 2$. Franka je zapisala brojeve 19, 20, 21. Sljedeći broj koji bi zapisala je 22 odnosno $\heartsuit \heartsuit$.

10. [Slovačka] Na terasu popločanu kvadratnim pločicama triju različitih dimenzija, dopuzala je zmijsa i smjestila se kao što pokazuje slika. Koliko je dugačka zmijsa ako je opseg najmanjeg kvadrata 80 cm?



- A) 380 cm B) 400 cm C) 420 cm D) 440 cm E) 1680 cm

Rješenje: C

Duljina stranice najmanjeg kvadrata je $80 : 4 = 20$ cm. Budući da je duljina stranice srednjeg kvadrata dvostruko veća, a najvećega kvadrata trostruko veća, onda srednji kvadrat ima duljinu stranice 40 cm, a najveći 60 cm.

Duljina zmijsa je $5 \cdot 20 + 5 \cdot 40 + 2 \cdot 60 = 420$ cm.

11. [Iran] Kad pogledam u ogledalo, vidim sliku svog digitalnog sata koji stoji na stolu iza mene, kao što prikazuje slika. Kakvu ću sliku vidjeti u ogledalu 30 minuta kasnije?



- A) B) C) D) E)

Rješenje: D

Vrijeme je na početku 21:51.

30 minuta kasnije biti će 22:21, što je u ogledalu

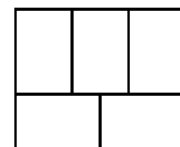
12. [Slovačka] Marina, Petar, Roko i Tina igrali su nogomet u učionici i jedno je od njih razbilo prozor. Kada je ravnateljica pitala tko je to učinio, dobila je sljedeće odgovore: Marina: - *To je bio Petar.*; Petar: - *To je bio Roko.*; Roko: - *Nisam ja.*; Tina: - *Nisam ni ja.* Samo jedno dijete govorilo je istinu. Tko je razbilo prozor?

- A) Marina B) Tina C) Petar D) Roko E) ne može se sa sigurnošću utvrditi

Rješenje: B

Ako Roko govori istinu, Petar laže, i obrnuto. Budući da samo jedno dijete govori istinu, to je ili Petar ili Roko. To znači da Marina i Tina lažu, što znači da je Tina razbila prozor.

13. Na slici je prikazano 5 pravokutnika. Lukas ih želi obojiti crvenom, plavom i žutom bojom tako da svaka dva susjedna pravokutnika budu različito obojena. Na koliko različitih načina to može napraviti?

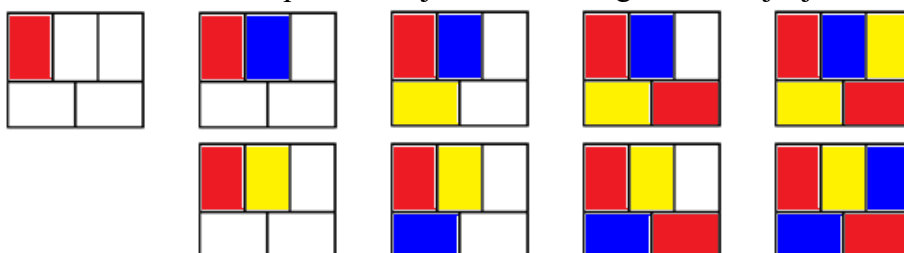


- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Rješenje: D


Obojimo najprije gornji lijevi pravokutnik jednom od boja, npr. crvenom. Za sljedeći pravokutnik postoje dvije mogućnosti, plava ili žuta. To znači da je dolje lijevo žuta ili plava. Onda donji desni pravokutnik treba obojiti crveno. Konačno, gornji desni je žuti ili plavi.

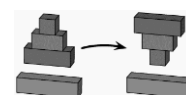
Za odabir crvene kao početne boje imamo 2 mogućnosti bojenja.



Za svaku od preostalih boja kao prvi odabir postoje 2 moguća bojenja.

To znači da Lukas može obojiti pravokutnik na opisani način na $3 \cdot 2 = 6$ različitih načina.

14. [Kanada] Goran ima četiri bloka postavljena na ovaj način: . U jednom potezu Goran može uzeti dio ili sve blokove s vrha hrpe i postaviti ih naopako na način koji je prikazan na slici:



Goran želi složiti blokove ovim redoslijedom: .

Koji je najmanji broj poteza koje treba napraviti da bi došao do željenog redoslijeda?

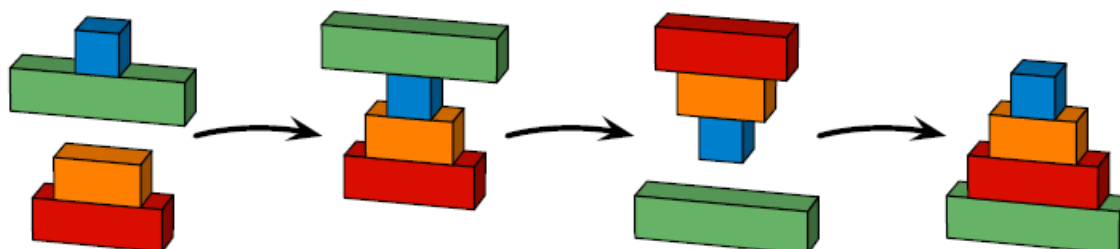
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Rješenje: B

U prvom koraku okrene gornja dva bloka.

U drugom koraku okrene sva četiri.

U trećem koraku okrene gornja tri bloka.



15. [Grčka] Koja dva broja Lara treba zamijeniti ako želi da zbroj brojeva u bijelim ćelijama bude jednak zbroju brojeva u sivim ćelijama?

1	3	5	2	13
7	4	6	8	11

- A) 1 i 11 B) 2 i 8 C) 3 i 7 D) 4 i 13 E) 7 i 13

Rješenje: A

Zbroj svih brojeva u bijelim ćelijama jednak je $3 + 5 + 13 + 8 + 11 = 40$.

Zbroj svih brojeva u sivim ćelijama jednak je $1 + 2 + 7 + 4 + 6 = 20$.

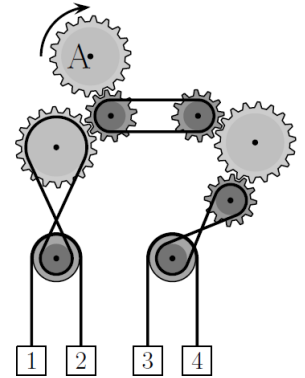
Ako želimo jednake zbrojeve, oba zbroja trebaju biti $(40 + 20) : 2 = 30$.

Dakle, sivi zbroj treba povećati za 10, a bijeli istovremeno smanjiti za 10.

Jedini par brojeva koji se razlikuju za 10, a nalaze se u ćelijama različite boje, je 1 i 11.

Nakon zamjene dobije se:

11	3	5	2	13
7	4	6	8	1

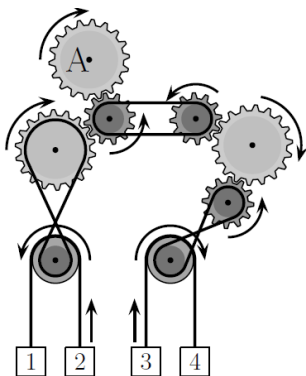


16. [Kina] Zupčanik označen s A okreće se u smjeru kazaljke na satu, kao što je prikazano na slici. Koje će se dvije kutije pomaknuti prema gore?

- A) 1 i 4 B) 2 i 3 C) 1 i 3 D) 2 i 4 E) ne može se odrediti

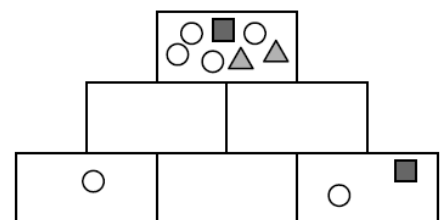
Rješenje: B

Označimo na slici strelice koje pokazuju rotaciju svakog od zupčanika nakon što se zupčanik A okrene kao što je zadano. To znači da će se prema gore pomaknuti kutije 2 i 3.



Pitanja za 5 bodova:

17. [Njemačka] Domagoj crta likove u pravokutnike složene piramidalno, kao na slici. Svaki pravokutnik sadrži sve likove koji se nalaze u pravokutnicima točno ispod njega i samo te likove. U neke pravokutnike već je nacrtao sve likove koje sadrže. Koje likove će nacrtati u srednji pravokutnik najdonjeg reda?



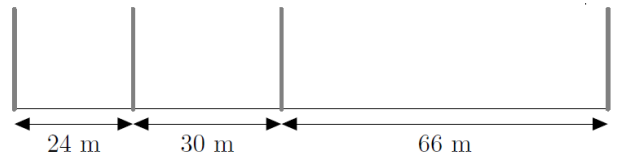
- A) B) C) D) E)

Rješenje: D

U lijevi pravokutnik srednjega reda treba nacrtati jedan krug i figure iz srednjega pravokutnika na dnu.

U desni pravokutnik srednjega reda treba nacrtati jedan krug, jedan kvadrat i figure iz srednjega pravokutnika na dnu. U pravokutniku na vrhu su četiri kruga, dva trokuta i kvadrat, a dva kruga i kvadrat su iz dvaju pravokutnika srednjega reda. To znači da je ostatak, dva kruga i dva trokuta, dvostruka količina likova iz srednjega pravokutnika na dnu (jer sadržaj toga pravokutnika mora biti u oba iz srednjega reda), tj. tamo treba nacrtati jedan krug i jedan trokut.

18. [Poljska] Četiri kolčica postavljena su duž 120 m dugačke staze, kao što je prikazano na slici. Koji najmanji broj kolčica treba dodati da bi se staza mogla podijeliti na dijelove jednakih duljina?



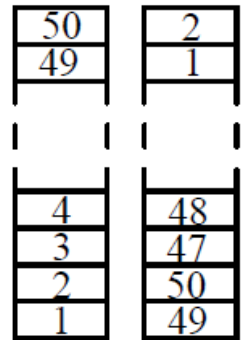
- A) 12 B) 15 C) 17 D) 20 E) 37

Rješenje: C

Najveći zajednički djelitelj brojeva 24, 30 i 66 je broj 6.

Prvi dio treba podijeliti na 4 jednaka dijela, drugi na 5, a treći na 11. To znači da se dobije ukupno 20 jednakih dijelova, a za to je potrebno 21 štapić. Kako ih već ima 4, treba dodati $21 - 4 = 17$ štapića.

19. [Poljska] Na stolu je složen toranj od blokova označenih brojevima od 1 do 50. Korina gradi novi toranj na sljedeći način: uzima dva bloka s vrha tornja i postavlja ih na stol, potom uzima po dva sljedeća bloka s vrha ostatka tornja i postavlja ih na vrh novog tornja, kao što pokazuje slika. Koji su od sljedećih parova brojeva na susjednim blokovima u novom tornju?



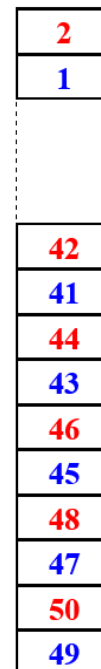
- A) 29 i 28 B) 34 i 35 C) 29 i 26
D) 31 i 33 E) 27 i 30

Rješenje: E

Pogledajmo još nekoliko koraka slaganja novog tornja.

U novom je tornju ispod svakog parnog broja broj manji za jedan, a ispod svakog neparnog, broj veći za 3.

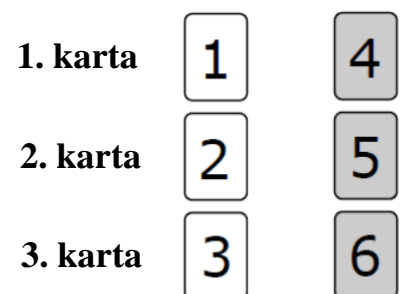
Jedini par brojeva koji zadovoljava jedan od tih kriterija je 27 i 30.



20. [Norveška] Fran ima tri karte s brojevima napisanima s obje strane. Karta broj jedan na prednjoj strani ima broj 1, a na stražnjoj broj 4. Karta broj dva na prednjoj strani ima broj 2, a na stražnjoj broj 5. Karta broj tri na prednjoj strani ima broj 3, a na stražnjoj broj 6. Fran nasumično stavlja tri karte na stol i zbraja brojeve koje vidi. Koliko različitih iznosa može dobiti?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10

prednja stražnja



Rješenje: B

Najmanji zbroj je zbroj brojeva na prednjim stranama kartica. Svaki puta

kad se okrene jedna karta, zbroj se povećava za 3. To može napraviti tri puta, što znači da može dobiti četiri različita iznosa.

21. [Iran] U *second hand shopu* dva šešira prodaju se po istoj cijeni kao pet suknji, tri suknje po istoj cijeni kao osam majica, a dvije majice po istoj cijeni kao tri kape. Koja je od navedenih kolekcija najvrjednija?

- A) šešir i pet suknji B) šešir, tri suknje i kapa C) osam suknji i šest majica
 D) trideset sedam kapa E) tri suknje i tri kape

Rješenje: C

Određimo vrijednost svakog artikla uspoređujući ga s kapom.

2 majice vrijede koliko i 3 kape.

3 suknje vrijede kao 8 majica, odnosno $4 \cdot 3 = 12$ kapa, što znači da 1 suknja vrijedi koliko i 4 kape.

2 šešira vrijede kao i 5 suknji, odnosno $5 \cdot 4 = 20$ kapa, što znači da 1 šešir vrijedi kao 10 kapa.

A) $1 \cdot 10 + 5 \cdot 4 = 30$ kapa

B) $1 \cdot 10 + 3 \cdot 4 + 1 = 23$ kapa

C) $8 \cdot 4 + 3 \cdot 3 = 32 + 9 = 41$ kapa

D) 37 kapa

E) $3 \cdot 4 + 3 = 12 + 3 = 15$ kapa

Najvrjednija je kolekcija C.

22. [Katalonija] Sofija i Jan igraju igru s pločicama. S hrpe naizmjenično uzimaju pločice, a odjednom mogu uzeti 1, 2, 3, 4 ili 5 pločica. Igrač koji uzme zadnju pločicu – gubi. Igrač će također izgubiti ako uzme i sve preostale pločice. U jednom trenutku igre na hrpi je 10 pločica, a na redu je Sofija. Koliko pločica Sofija treba ostaviti Janu da bude sigurna u svoju pobjedu?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

Rješenje: C

Ako je na stolu jedna pločica, igrač koji je na redu gubi. Ako je na stolu 2, 3, 4, 5 ili 6 pločica, igrač koji je na redu pobjeđuje jer uzima 1, 2, 3, 4 ili 5 pločica i protivniku ostavlja jednu pločicu.

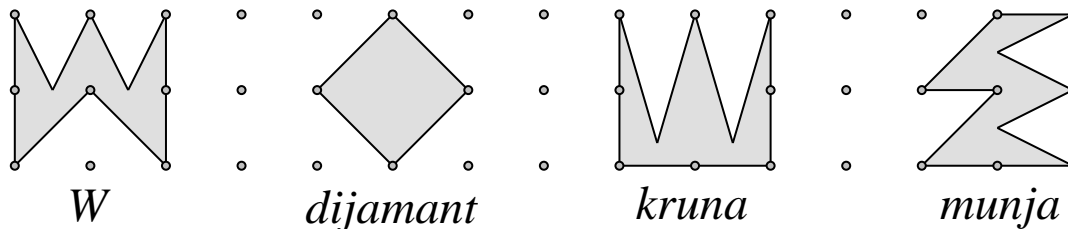
Sofija je na redu i Janu ne smije ostaviti 2, 3, 4, 5 ili 6 pločica jer će on pobijediti.

Ako mu ostavi 7 pločica, a on može uzeti 1, 2, 3, 4 ili 5, njoj će ostati 6, 5, 4, 3 ili 2 pa će ona pobijediti.

Ako mu ostavi 8 ili 9 pločica, onda Jan može uzeti 1 ili 2 pločice i njoj ostaviti 7 pa će ona izgubiti.

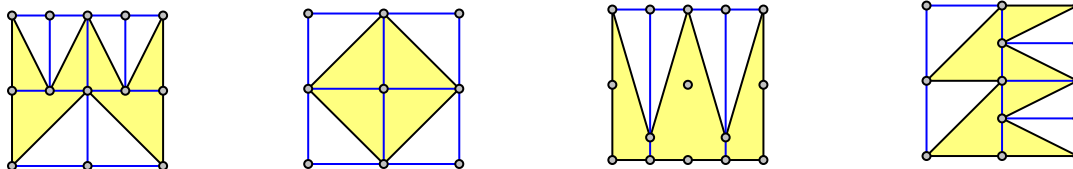
Zato Sofija treba ostaviti 7 pločica na stolu.

23. [Danska] Koja od sljedećih figura ima najveću površinu?



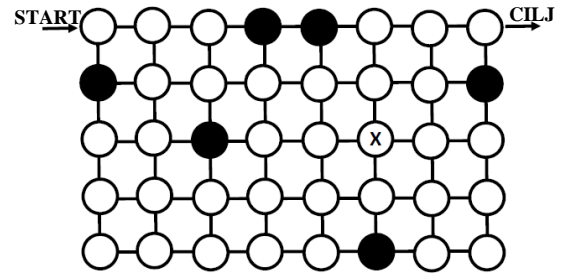
- A) W B) dijamant C) kruna D) munja E) svi imaju istu površinu

Rješenje: C



Uočimo kvadrate opisane svakom liku. Ti kvadrati su sukladni, a površine oblika *W*, *dijamant* i *munja* jednake su polovini površine opisanog kvadrata. Jedino je površina lika *kruna* veća od polovine površine opisanoga kvadrata.

24. [Grčka] Istraživač želi proći kroz labirint prikazan na slici od točke označene sa „START“ do točke označene s „CILJ“. Može se kretati samo horizontalno ili vertikalno i može proći samo kroz bijele krugove. Također, kroz svaki od bijelih krugova mora proći točno jednom. Kad prođe kroz krug označen znakom X, koji će mu biti sljedeći potez?



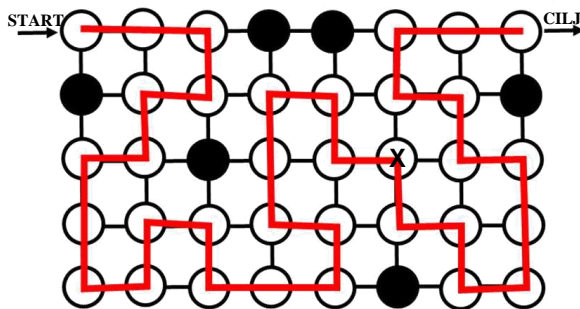
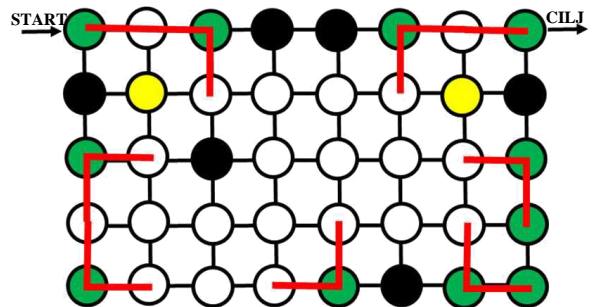
- A) ↑ B) ↓ C) → D) ← E) ne postoji takav put

Rješenje: B

Zelenom bojom na slici označimo krugove povezane s točno jednim ili točno dva kruga.

Putovi kroz te krugove jedinstveno su određeni pa ih na slici istaknimo crvenom bojom.

Sad označimo žutom bojom neke od krugova koji su, u skladu s crveno istaknutom stazom, povezani s točno dva kruga s kojima ih je moguće povezati. Kad nacrtamo te dijelove staze kroz istaknute žute krugove, ostatak staze jednostavno se završi, kao što je prikazano na slici. Dakle, nakon kruga označenog s X istraživač mora krenuti prema dolje.



Obavijesti o rezultatima mogu se naći na mrežnim stranicama HMD-a.

<http://www.matematika.hr/klokan/2023/>