Zvuči jednostavno, a još nije riješeno!

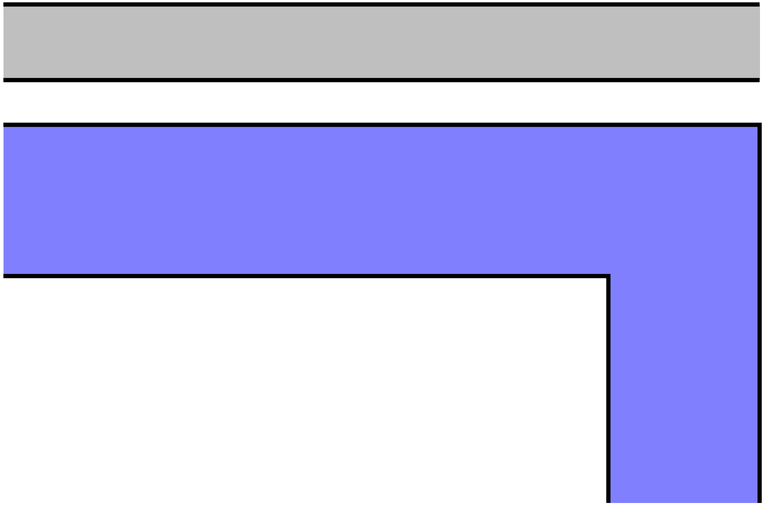
Problem pomicanja kauča

Franka Miriam Brückler — Večer matematike 2022.

Friends — The One with the Cop

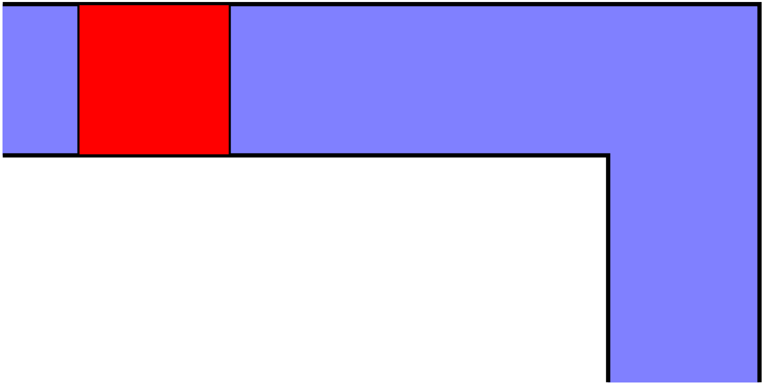
Hodnici . . .

Hodnici . . .

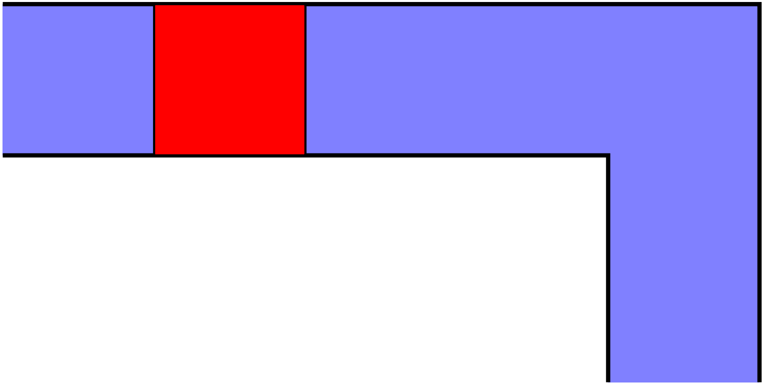


Kauč kvadratne baze

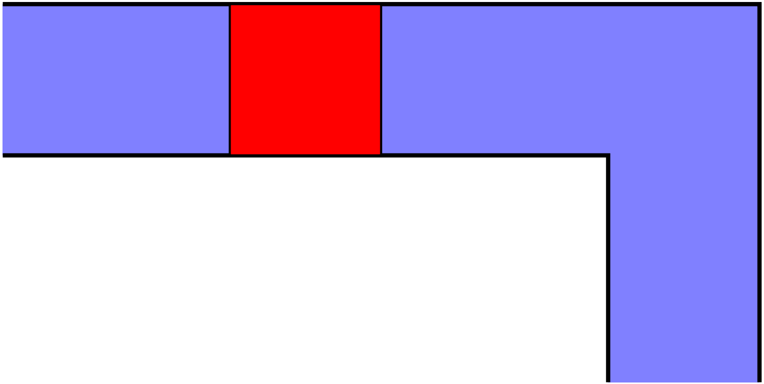
Kauč kvadratne baze



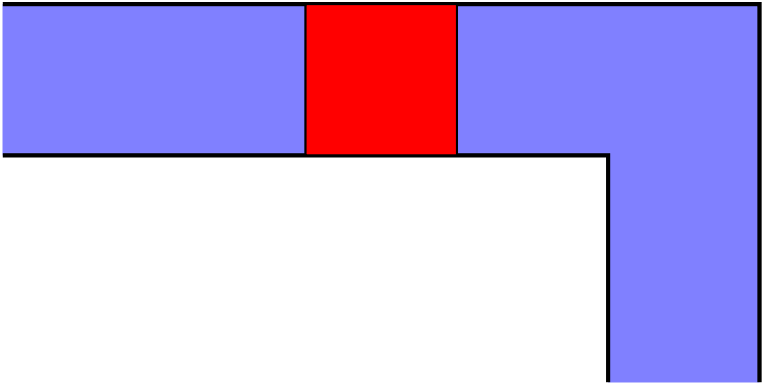
Kauč kvadratne baze



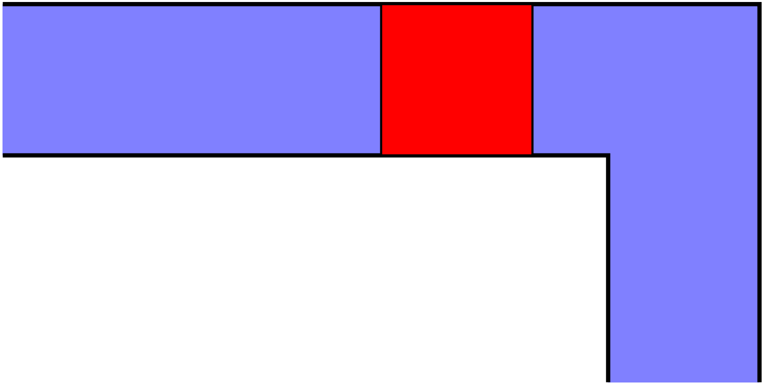
Kauč kvadratne baze



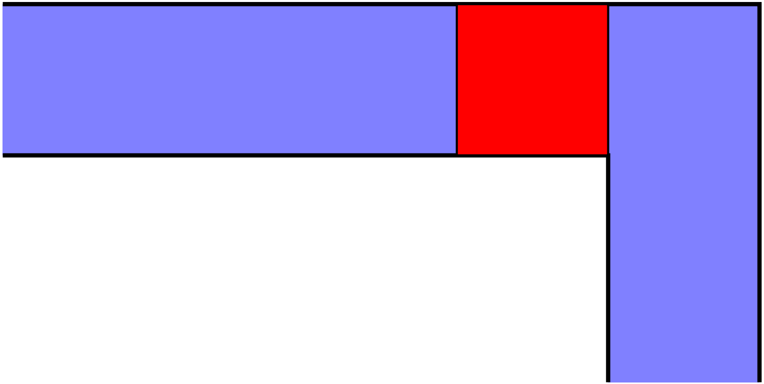
Kauč kvadratne baze



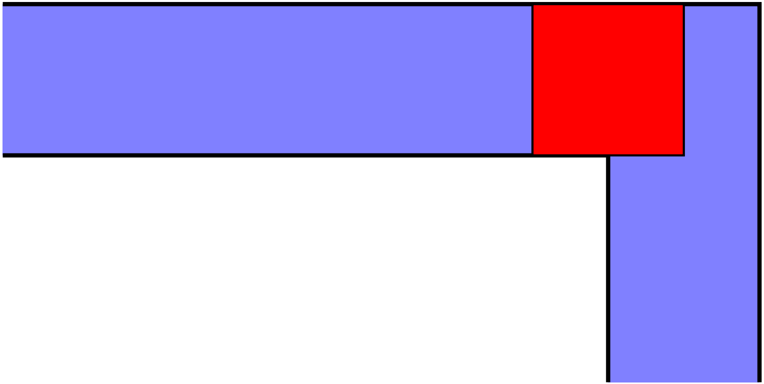
Kauč kvadratne baze



Kauč kvadratne baze



Kauč kvadratne baze



Kauč kvadratne baze

Kauč kvadratne baze

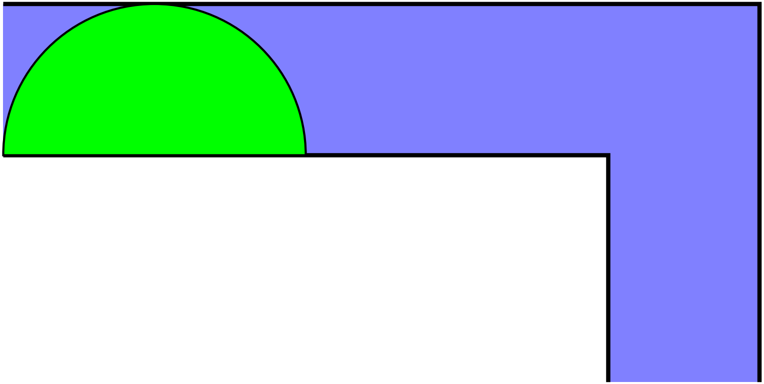
Kauč kvadratne baze

Kauč kvadratne baze

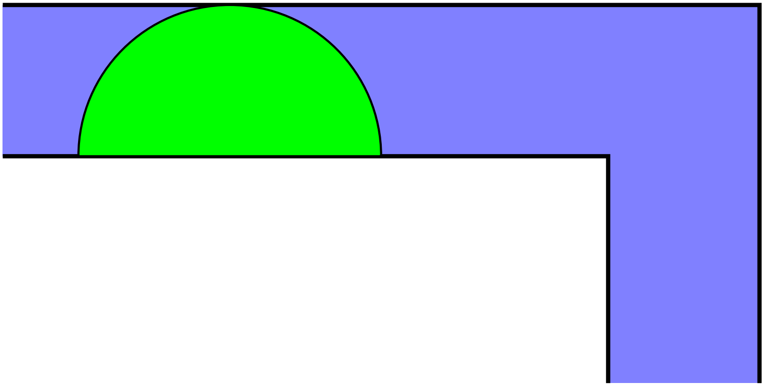
Kauč kvadratne baze

Ako uzmemo da je širina hodnika 1, očito možemo kroz njeg pomicati kauč kvadratne baze površine 1. Može li veći?

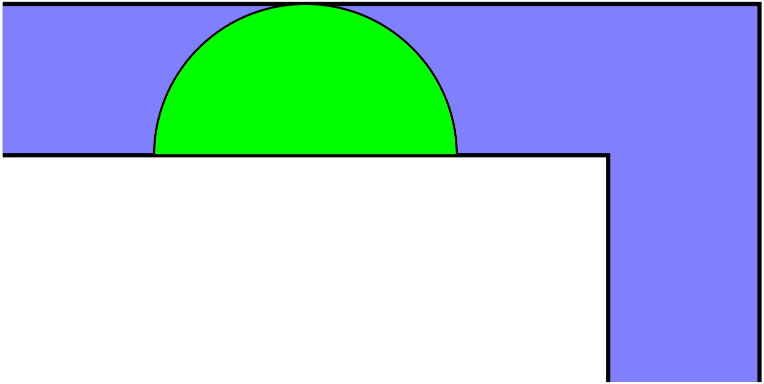
Može!



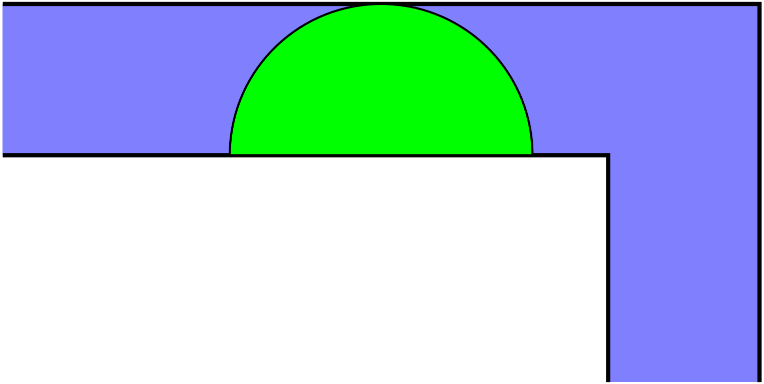
Može!



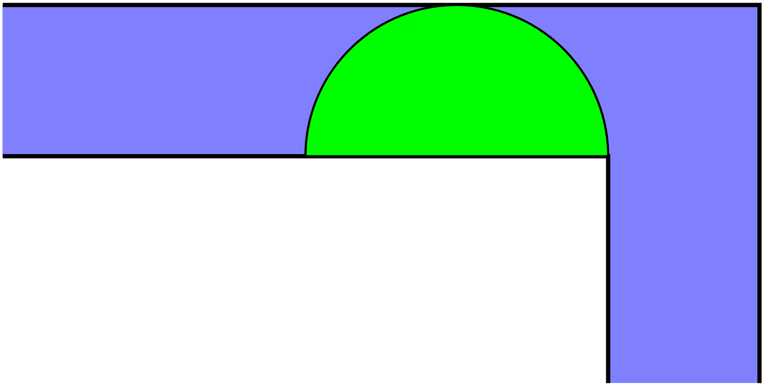
Može!



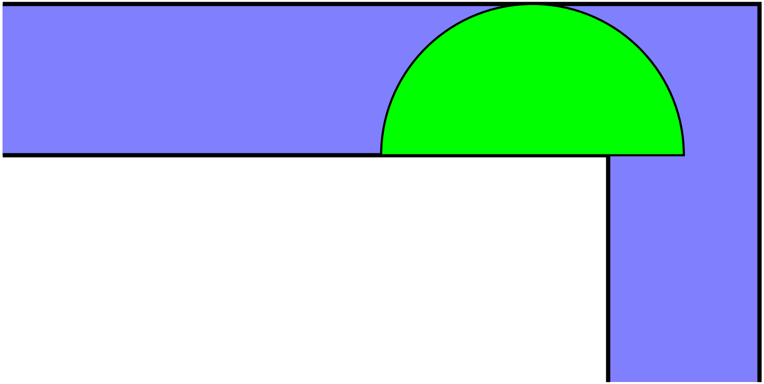
Može!



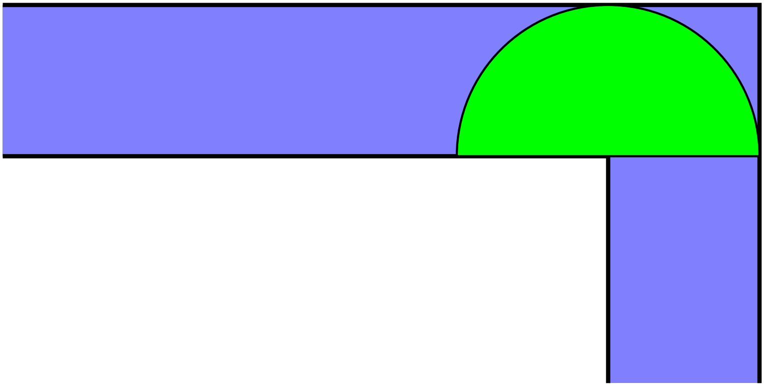
Može!



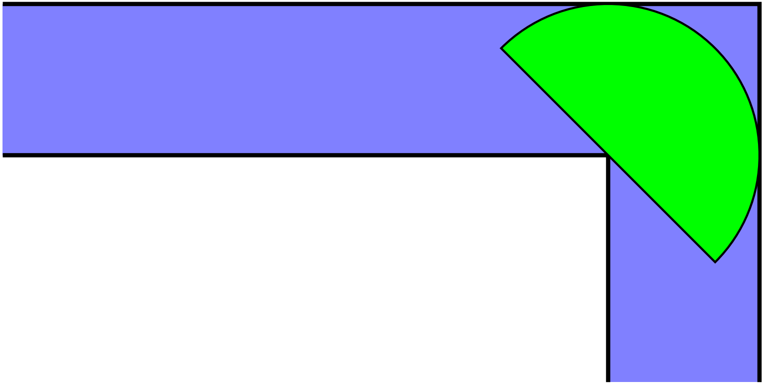
Može!



Može!



Može!

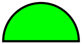


Može!

Može!

Može!

Može!

 $>$ , odnosno $\frac{\pi}{2} \approx 1{,}57 > 1$.

Problem pomicanja kauča

Formulacija problema

Leo Moser je 1966. postavio pitanje: Koja je najveća površina P osnovice kauča koji se može progurati kroz hodnik širine 1 s jednim pravokutnim zaokretom?

Problem pomicanja kauča

Formulacija problema

Leo Moser je 1966. postavio pitanje: Koja je najveća površina P osnovice kauča koji se može progurati kroz hodnik širine 1 s jednim pravokutnim zaokretom?

Što je dopušteno?

Problem pomicanja kauča

Formulacija problema

Leo Moser je 1966. postavio pitanje: Koja je najveća površina P osnovice kauča koji se može progurati kroz hodnik širine 1 s jednim pravokutnim zaokretom?

Što je dopušteno? Translacija, tj. guranje i rotacija oko neke točke.

Problem pomicanja kauča

Formulacija problema

Leo Moser je 1966. postavio pitanje: Koja je najveća površina P osnovice kauča koji se može progurati kroz hodnik širine 1 s jednim pravokutnim zaokretom?

Što je dopušteno? Translacija, tj. guranje i rotacija oko neke točke.
Nije dopušteno: Podizanje (problem se gleda u ravnini!).

Problem pomicanja kauča

Formulacija problema

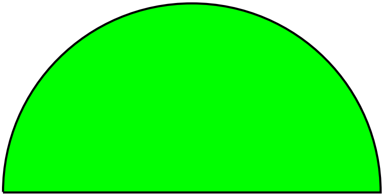
Leo Moser je 1966. postavio pitanje: Koja je najveća površina P osnovice kauča koji se može progurati kroz hodnik širine 1 s jednim pravokutnim zaokretom?

Što je dopušteno? Translacija, tj. guranje i rotacija oko neke točke.
Nije dopušteno: Podizanje (problem se gleda u ravnini!).
Veće od $P = \frac{\pi}{2}$? Može! John Michael Hammersley 1968.

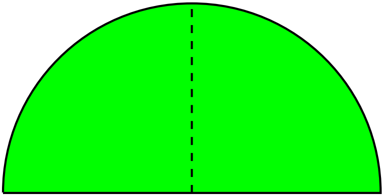
Animacija (©Claudio Rocchini)

$$P = \frac{\pi}{2} + \frac{2}{\pi} \approx 2{,}2074$$

Hammersleyev kauč

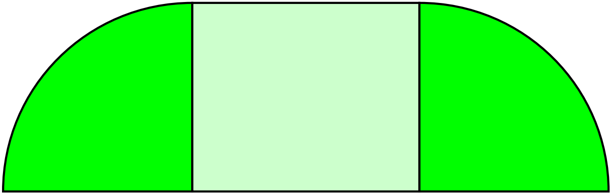


Hammersleyev kauč

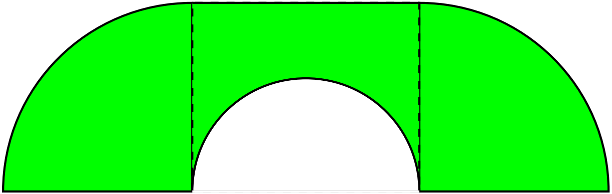


Hammersleyev kauč

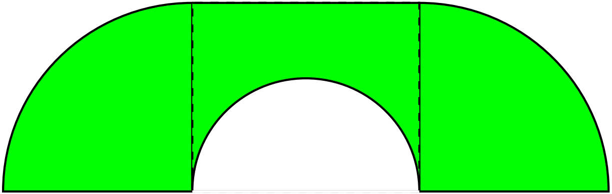
Hammersleyev kauč



Hammersleyev kauč

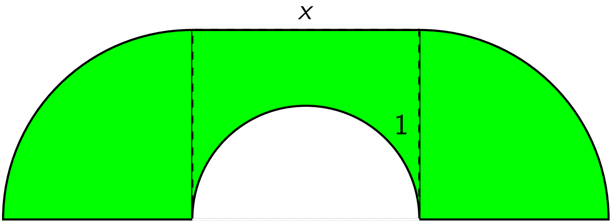


Hammersleyev kauč



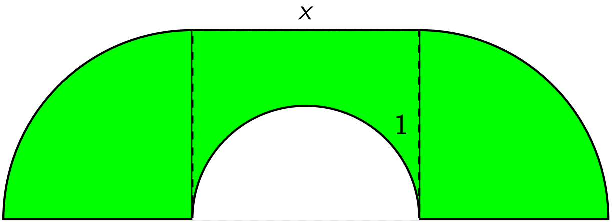
$P = \frac{\pi}{2} +$

Hammersleyev kauč



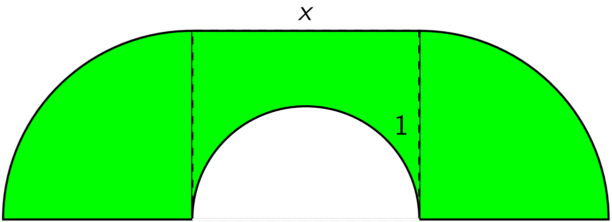
$P = \frac{\pi}{2} + 1 \cdot x -$

Hammersleyev kauč



$$P = \frac{\pi}{2} + 1 \cdot x - \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 =$$

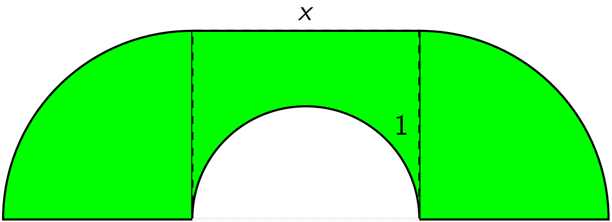
Hammersleyev kauč



$$P = \frac{\pi}{2} + 1 \cdot x - \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 = -\frac{\pi}{8}x^2 + x + \frac{\pi}{2} =$$

$$-\frac{\pi}{8}\left(x - \frac{4}{\pi}\right)^2 + \frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} \to \text{max.}$$

Hammersleyev kauč

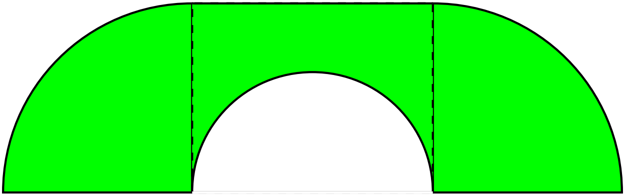


$$P = \tfrac{\pi}{2} + 1 \cdot x - \tfrac{1}{2}\pi \cdot \left(\tfrac{x}{2}\right)^2 = -\tfrac{\pi}{8}x^2 + x + \tfrac{\pi}{2} =$$

$$-\tfrac{\pi}{8}\left(x - \tfrac{4}{\pi}\right)^2 + \tfrac{2}{\pi} + \tfrac{\pi}{2} \to \text{max.}$$

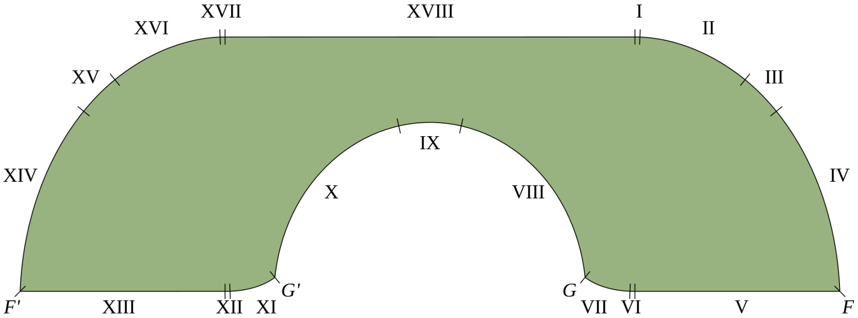
$$x = \tfrac{4}{\pi},\ P = \tfrac{\pi}{2} + \tfrac{2}{\pi}.$$

Hammersleyev kauč



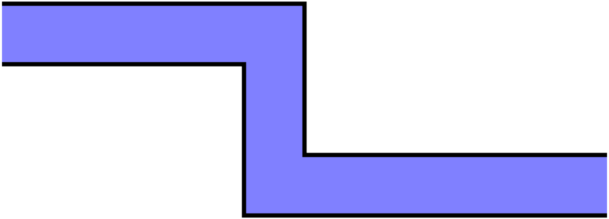
$$x = \frac{4}{\pi},\ P = \frac{\pi}{2} + \frac{2}{\pi}.$$

Gerverov kauč

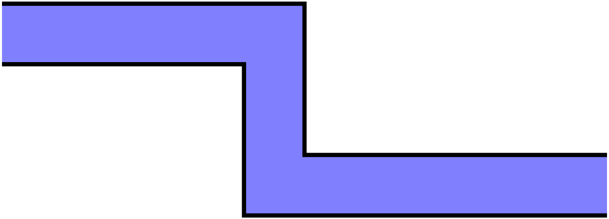


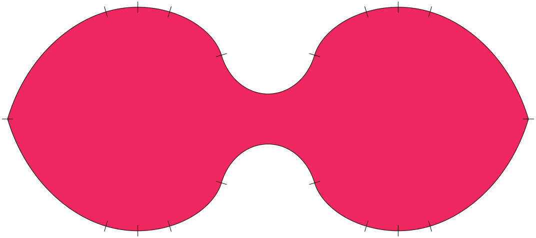
Joseph L. Gerver, 1992., $P \approx 2{,}2195$

Lijevo-desno, nigdje moga kauča



Lijevo-desno, nigdje moga kauča





Dan Romik, 2016., $P \approx 1{,}64495521$

Što znamo?

Hammersley je dokazao da optimalni kauč sigurno nema površinu osnovice veću od $2\sqrt{2} \approx 2{,}8284$, no nedavno je ta gornja ograda popravljena (Y. Kallus & D. Romik, 2017.) na 2,37.

Što znamo?

Hammersley je dokazao da optimalni kauč sigurno nema površinu osnovice veću od $2\sqrt{2} \approx 2{,}8284$, no nedavno je ta gornja ograda popravljena (Y. Kallus & D. Romik, 2017.) na 2,37.

Douglas Adams: *Dirk Gently's Holistic Detective Agency*, 1987.

Što znamo?

Hammersley je dokazao da optimalni kauč sigurno nema površinu osnovice veću od $2\sqrt{2} \approx 2{,}8284$, no nedavno je ta gornja ograda popravljena (Y. Kallus & D. Romik, 2017.) na 2,37.

Douglas Adams: *Dirk Gently's Holistic Detective Agency*, 1987.

Literatura:

- Dan Romik: https://www.math.ucdavis.edu/~romik/movingsofa/
- AMS: https://blogs.ams.org/visualinsight/2015/01/15/hammersley-sofa/
- Numberphile: https://www.youtube.com/watch?v=rXfKWIZQIo4