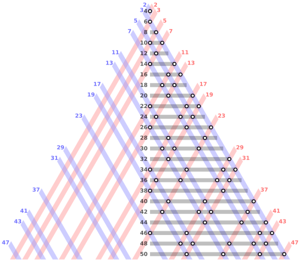
Zvuči jednostavno, a još nije riješeno!

Goldbachova slutnja

Franka Miriam Brückler — Večer matematike 2022.



Iz povijesti prostih brojeva

- Pitagorejci (6. st. pr. Kr.), Euklid (oko 300. pr. Kr.): Prost broj je onaj koji se može izmjeriti samo jedinicom.

Iz povijesti prostih brojeva

- Pitagorejci (6. st. pr. Kr.), Euklid (oko 300. pr. Kr.): Prost broj je onaj koji se može izmjeriti samo jedinicom.
- Eratostenovo sito (3. st. pr. Kr.):

226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241
225	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	242
224	169	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	184	243
223	168	121	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	134	185	244
222	167	120	81	50	51	52	53	54	55	56	57	92	135	186	245
221	166	119	80	49	26	27	28	29	30	31	58	93	136	187	246
220	165	118	79	48	25	10	11	12	13	32	59	94	137	188	247
219	164	117	78	47	24	9	2	3	14	33	60	95	138	189	248
218	163	116	77	46	23	8		4	15	34	61	96	139	190	249
217	162	115	76	45	22	7	6	5	16	35	62	97	140	191	250
216	161	114	75	44	21	20	19	18	17	36	63	98	141	192	251
215	160	113	74	43	42	41	40	39	38	37	64	99	142	193	252
214	159	112	73	72	71	70	69	68	67	66	65	100	143	194	253
213	158	111	110	109	108	107	106	105	104	103	102	101	144	195	254
212	157	156	155	154	153	152	151	150	149	148	147	146	145	196	255
211	210	209	208	207	206	205	204	203	202	201	200	199	198	197	256
272	271	270	269	268	267	266	265	264	263	262	261	260	259	258	257

- Osnovni teorem aritmetike — C. F. Gauß (1801.):
  $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

Iz povijesti prostih brojeva

- Pitagorejci (6. st. pr. Kr.), Euklid (oko 300. pr. Kr.): Prost broj je onaj koji se može izmjeriti samo jedinicom.
- Eratostenovo sito (3. st. pr. Kr.):

226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241
225	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	242
224	169	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	184	243
223	168	121	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	134	185	244
222	167	120	81	50	51	52	53	54	55	56	57	92	135	186	245
221	166	119	80	49	26	27	28	29	30	31	58	93	136	187	246
220	165	118	79	48	25	10	11	12	13	32	59	94	137	188	247
219	164	117	78	47	24	9	2	3	14	33	60	95	138	189	248
218	163	116	77	46	23	8		4	15	34	61	96	139	190	249
217	162	115	76	45	22	7	6	5	16	35	62	97	140	191	250
216	161	114	75	44	21	20	19	18	17	36	63	98	141	192	251
215	160	113	74	43	42	41	40	39	38	37	64	99	142	193	252
214	159	112	73	72	71	70	69	68	67	66	65	100	143	194	253
213	158	111	110	109	108	107	106	105	104	103	102	101	144	195	254
212	157	156	155	154	153	152	151	150	149	148	147	146	145	196	255
211	210	209	208	207	206	205	204	203	202	201	200	199	198	197	256
272	271	270	269	268	267	266	265	264	263	262	261	260	259	258	257

- Osnovni teorem aritmetike — C. F. Gauß (1801.): $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
- Problem parova blizanaca prostih brojeva, Riemannova hipoteza, ...i:

Goldbachova slutnja

$$4 = 2 + 2,$$

Goldbachova slutnja

$$4 = 2 + 2, 6 = 3 + 3,$$

Goldbachova slutnja

$$4 = 2 + 2, 6 = 3 + 3, 8 = 3 + 5,$$

Goldbachova slutnja

$$4 = 2 + 2, 6 = 3 + 3, 8 = 3 + 5,$$

$10 = 3 + 7,$

Goldbachova slutnja

$$4 = 2 + 2, 6 = 3 + 3, 8 = 3 + 5,$$

$10 = 3 + 7, 12 = 5 + 7,$

Goldbachova slutnja

$$4 = 2 + 2, 6 = 3 + 3, 8 = 3 + 5,$$

$10 = 3 + 7, 12 = 5 + 7, 14 = 7 + 7,$

Goldbachova slutnja

$$4 = 2 + 2, 6 = 3 + 3, 8 = 3 + 5,$$

$$10 = 3 + 7, 12 = 5 + 7, 14 = 7 + 7, 16 = 3 + 13,$$

Goldbachova slutnja

$$4 = 2 + 2, 6 = 3 + 3, 8 = 3 + 5,$$

$$10 = 3 + 7, 12 = 5 + 7, 14 = 7 + 7, 16 = 3 + 13, 18 = 5 + 13, \ldots$$

	2	3	5	7	11	13
2	4	5	7	9	13	15
3	5	6	8	10	14	16
5	7	8	10	12	16	18
7	9	10	12	14	18	20
11	13	14	16	18	22	24
13	15	16	18	20	24	26

Goldbachova slutnja

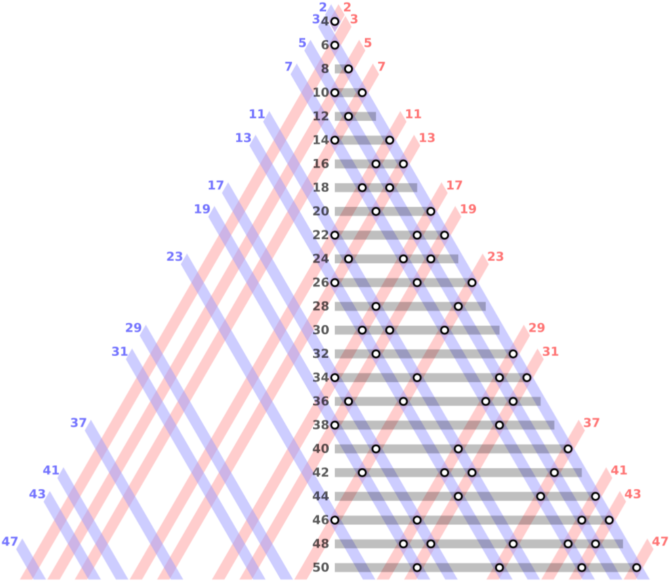
$$4 = 2 + 2, 6 = 3 + 3, 8 = 3 + 5,$$

$$10 = 3 + 7, 12 = 5 + 7, 14 = 7 + 7, 16 = 3 + 13, 18 = 5 + 13, \ldots$$

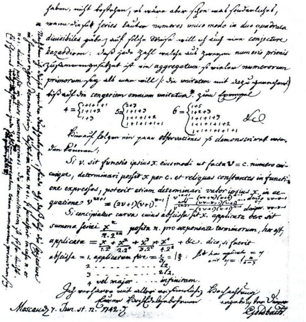
	2	3	5	7	11	13
2	4	5	7	9	13	15
3	5	6	8	10	14	16
5	7	8	10	12	16	18
7	9	10	12	14	18	20
11	13	14	16	18	22	24
13	15	16	18	20	24	26

Hipoteza

Svaki paran broj veći od 2 može se prikazati kao zbroj dva prosta broja: paran = prost + prost.


2 2
3 4 3
5 6 5
7 8 7
10
11 12 11
13 14 13
16
17 18 17
19 20 19
22
23 24 23
26
28
29 30 29
31 32 31
34
36
37 38 37
40
41 42 41
43 44 43
46
47 48 47
50

7. lipnja 1742.



Christian Goldbach (1690.–1764.) Leonhardu Euleru (1707.–1783.) (René Descartes, 1596.–1650.?)

1. Svaki prirodan broj koji se može zapisati kao zbroj dva prosta broja, može se zapisati kao zbroj ma koliko želimo prostih brojeva sve dok svi pribrojnici ne budu jedinice.
2. Svaki prirodan broj veći od 2 je zbroj tri prosta broja.
3. Svaki paran broj je zbroj tri parna broja.

$$(1) \Leftarrow (2) \Leftrightarrow (3)$$

Moderne formulacije

1. Svaki prirodan broj koji se može zapisati kao zbroj dva prosta broja, može se zapisati kao zbroj ma koliko želimo prostih brojeva sve dok svi pribrojnici osim eventualno jedne trojke ne budu 2.
2. Svaki prirodan broj veći od 5 je zbroj tri prosta broja.
3. Svaki paran broj veći od 2 je zbroj dva parna broja.

Moderne formulacije

1. Svaki prirodan broj koji se može zapisati kao zbroj dva prosta broja, može se zapisati kao zbroj ma koliko želimo prostih brojeva sve dok svi pribrojnici osim eventualno jedne trojke ne budu 2.
2. Svaki prirodan broj veći od 5 je zbroj tri prosta broja.
3. Svaki paran broj veći od 2 je zbroj dva parna broja.

Primijetimo: Osim 2, svi ostali prosti brojevi su neparni, a neparan $+$ neparan $=$ paran.

Moderne formulacije

1. Svaki prirodan broj koji se može zapisati kao zbroj dva prosta broja, može se zapisati kao zbroj ma koliko želimo prostih brojeva sve dok svi pribrojnici osim eventualno jedne trojke ne budu 2.
2. Svaki prirodan broj veći od 5 je zbroj tri prosta broja.
3. Svaki paran broj veći od 2 je zbroj dva parna broja.

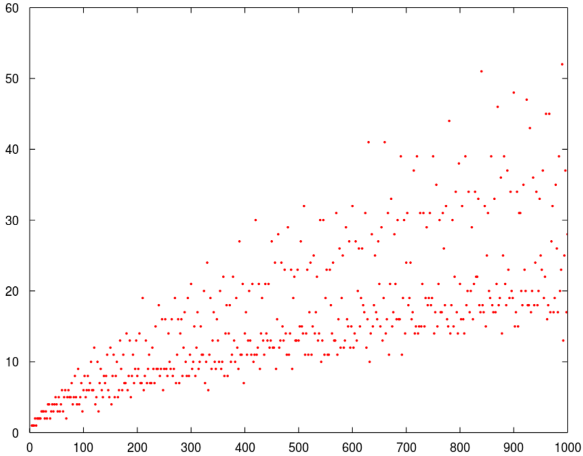
Primijetimo: Osim 2, svi ostali prosti brojevi su neparni, a neparan + neparan = paran. Ako paran = prost + prost ≥ 2, onda neparan = 3 + paran = prost + prost + prost ≥ 5

Moderne formulacije

1. Svaki prirodan broj koji se može zapisati kao zbroj dva prosta broja, može se zapisati kao zbroj ma koliko želimo prostih brojeva sve dok svi pribrojnici osim eventualno jedne trojke ne budu 2.
2. Svaki prirodan broj veći od 5 je zbroj tri prosta broja.
3. Svaki paran broj veći od 2 je zbroj dva parna broja.

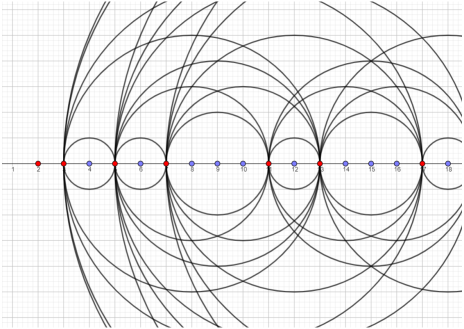
Primijetimo: Osim 2, svi ostali prosti brojevi su neparni, a neparan + neparan = paran. Ako paran = prost + prost ≥ 2, onda neparan = 3 + paran = prost + prost + prost ≥ 5 i obrnuto, ako neparan = prost + prost + prost ≥ 5, onda ili paran = prost + prost ≥ 2 ili neparan = 2 + 2 + neparan.

Broj načina da neki paran broj zapišemo kao zbroj dva prosta?



Geometrijska interpretacija

$$20 = 13 + 7 \Leftrightarrow \frac{13+7}{2} = 10 \quad 2n = p + q \Leftrightarrow n = \frac{p+q}{2}$$



Svaki prirodan broj je ili prost ili postoji kružnica sa središtem u njemu koja brojevni pravac siječe u dva prosta broja.

Što znamo?

- Postoji prirodan broj N takav da se svaki prirodan broj (počevši od nekog broja) može prikazati kao zbroj N ili manje prostih brojeva (Schnirelmann, 1930.).

Što znamo?

- Postoji prirodan broj N takav da se svaki prirodan broj (počevši od nekog broja) može prikazati kao zbroj N ili manje prostih brojeva (Schnirelmann, 1930.).
- Svi *dovoljno* veliki parni brojevi mogu se zapisati kao zbroj jednog prostog i jednog prostog ili poluprostog broja, tj. broja s točno dva prosta faktora (Chen, 1966.).

Što znamo?

- Postoji prirodan broj N takav da se svaki prirodan broj (počevši od nekog broja) može prikazati kao zbroj N ili manje prostih brojeva (Schnirelmann, 1930.).
- Svi *dovoljno* veliki parni brojevi mogu se zapisati kao zbroj jednog prostog i jednog prostog ili poluprostog broja, tj. broja s točno dva prosta faktora (Chen, 1966.).
- Slutnja vrijedi za ,,većinu" parnih brojeva, tj. za sve *dovoljno velike* parne brojeve ima ograničeno mnogo iznimaka (H. Montgomery & R. C. Vaughan, 1975.).

Što znamo?

- Postoji prirodan broj N takav da se svaki prirodan broj (počevši od nekog broja) može prikazati kao zbroj N ili manje prostih brojeva (Schnirelmann, 1930.).
- Svi *dovoljno* veliki parni brojevi mogu se zapisati kao zbroj jednog prostog i jednog prostog ili poluprostog broja, tj. broja s točno dva prosta faktora (Chen, 1966.).
- Slutnja vrijedi za ,,većinu" parnih brojeva, tj. za sve *dovoljno velike* parne brojeve ima ograničeno mnogo iznimaka (H. Montgomery & R. C. Vaughan, 1975.).
- Prvojereno vrijedi za parne brojeve ne veće od 4 trilijuna, tj. 4.000.000.000.000.000.000 (T. Oliveira e Silva, 2010.).

Što znamo?

- Postoji prirodan broj N takav da se svaki prirodan broj (počevši od nekog broja) može prikazati kao zbroj N ili manje prostih brojeva (Schnirelmann, 1930.).
- Svi *dovoljno* veliki parni brojevi mogu se zapisati kao zbroj jednog prostog i jednog prostog ili poluprostog broja, tj. broja s točno dva prosta faktora (Chen, 1966.).
- Slutnja vrijedi za ,,većinu" parnih brojeva, tj. za sve *dovoljno velike* parne brojeve ima ograničeno mnogo iznimaka (H. Montgomery & R. C. Vaughan, 1975.).
- Prvojereno vrijedi za parne brojeve ne veće od 4 trilijuna, tj. 4.000.000.000.000.000.000 (T. Oliveira e Silva, 2010.).
- Slaba Goldbachova hipoteza: Svaki *neparan* broj veći od 5 može se zapisati kao zbroj *tri* prosta broja (H. Helfgott, 2013.).

Mislite da *garant* vrijedi? 12 nije prost, ni 121, ni 1211, ni 12111, ni 12111, ni 121111, . . . , ni 1211111111111111, . . . , Mislite da *garant* vrijedi? 12 nije prost, ni 121, ni 1211, ni 12111, ni 12111, ni 121111, . . . , ni 121111111111111, . . . , ni 12111111111111111111111111111111111111111111111111111111 nije.

Mislite da *garant* vrijedi? 12 nije prost, ni 121, ni 1211, ni 12111, ni 12111, ni 121111, . . . , ni 121111111111111, . . . , ni 12111111111111111111111111111111111111111111111111111111 nije. Ali, ali, ali:

1211111111111111111111111111111111111111111111111111111 1111111111111111111111111111111111111111111111111111111 11111111111111111111111111111 je prost (138 znamenki)!

Mislite da *garant* vrijedi? 12 nije prost, ni 121, ni 1211, ni 12111, ni 12111, ni 121111, . . . , ni 121111111111111, . . . , ni 12111111111111111111111111111111111111111111111111111111 nije. Ali, ali, ali:
1211111111111111111111111111111111111111111111111111111
1111111111111111111111111111111111111111111111111111111
1111111111111111111111111111 je prost (138 znamenki)!

Mislite da *garant* vrijedi? 12 nije prost, ni 121, ni 1211, ni 12111, ni 12111, ni 121111, . . . , ni 121111111111111, . . . , ni 121111111111111111111111111111111111111111111111111111111111 nije. Ali, ali, ali: 1211111111111111111111111111111111111111111111111111111 1111111111111111111111111111111111111111111111111111111 11111111111111111111111111111 je prost (138 znamenki)!

Svidjelo vam se? Pročitajte roman *Stric Petros i Goldbachova slutnja* (Uncle Petros and Goldbach's Conjecture, Apostolos Doxiadis, 1992.)

Mislite da *garant* vrijedi? 12 nije prost, ni 121, ni 1211, ni 12111, ni 12111, ni 121111, . . . , ni 121111111111111, . . . , ni 12111111111111111111111111111111111111111111111111111111 nije. Ali, ali, ali: 12111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111 je prost (138 znamenki)!

Svidjelo vam se? Pročitajte roman *Stric Petros i Goldbachova slutnja* (Uncle Petros and Goldbach's Conjecture, Apostolos Doxiadis, 1992.) ili kratku priču Sixty Million Trillion Combinations (Isaac Asimov, 1980.)

Mislite da *garant* vrijedi? 12 nije prost, ni 121, ni 1211, ni 12111, ni 12111, ni 121111, . . . , ni 121111111111111, . . . , ni 12111111111111111111111111111111111111111111111111111111 nije. Ali, ali, ali: 1211111111111111111111111111111111111111111111111111111 1111111111111111111111111111111111111111111111111111111 11111111111111111111111111111 je prost (138 znamenki)!

Svidjelo vam se? Pročitajte roman *Stric Petros i Goldbachova slutnja* (Uncle Petros and Goldbach's Conjecture, Apostolos Doxiadis, 1992.) ili kratku priču Sixty Million Trillion Combinations (Isaac Asimov, 1980.) ili roman *No One You Know* (Michelle Richmond, 2008.).

Mislite da *garant* vrijedi? 12 nije prost, ni 121, ni 1211, ni 12111, ni 12111, ni 121111, . . . , ni 121111111111111, . . . , ni 1211111111111111111111111111111111111111111111111111111 nije. Ali, ali, ali:

121111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111 je prost (138 znamenki)!

Svidjelo vam se? Pročitajte roman *Stric Petros i Goldbachova slutnja* (Uncle Petros and Goldbach's Conjecture, Apostolos Doxiadis, 1992.) ili kratku priču Sixty Million Trillion Combinations (Isaac Asimov, 1980.) ili roman *No One You Know* (Michelle Richmond, 2008.).

Prelijeni za čitanje? *Fermatova soba* (La habitación de Fermat, 2007., režija Luis Piedrahita i Rodrigo Sopeña).

Mislite da *garant* vrijedi? 12 nije prost, ni 121, ni 1211, ni 12111, ni 12111, ni 121111, . . . , ni 121111111111111, . . . , ni 12111111111111111111111111111111111111111111111111111111 nije. Ali, ali, ali:
1211111111111111111111111111111111111111111111111111111
1111111111111111111111111111111111111111111111111111111
1111111111111111111111111111 je prost (138 znamenki)!
Svidjelo vam se? Pročitajte roman *Stric Petros i Goldbachova slutnja* (Uncle Petros and Goldbach's Conjecture, Apostolos Doxiadis, 1992.) ili kratku priču Sixty Million Trillion Combinations (Isaac Asimov, 1980.) ili roman *No One You Know* (Michelle Richmond, 2008.).
Prelijeni za čitanje? *Fermatova soba* (La habitación de Fermat, 2007., režija Luis Piedrahita i Rodrigo Sopeña).

Hvala na pažnji!