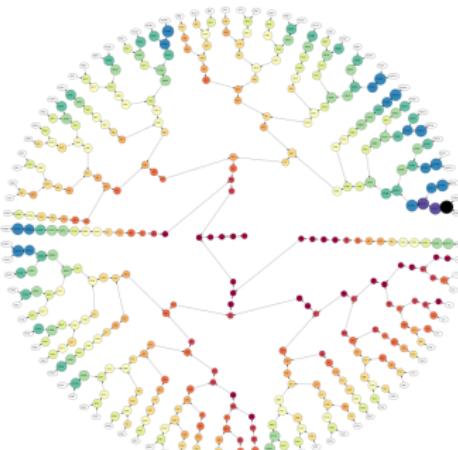


Zvuči jednostavno, a još nije riješeno!
Collatzova slutnja ili čudesni brojevi

Franka Miriam Brückler — Večer matematike 2022.



Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaberi bilo koji prirodan broj!

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaberite bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan?

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaberite bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4),

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaberi bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaberi bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaberi bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaberi bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaberi bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaberi bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaberi bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52, 26,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52, 26, 13,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52, 26, 13, 40,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52, 26, 13, 40, 20,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1,

Poigrajmo se brojevima . . .

- Odaberi bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .
- 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4,

Poigrajmo se brojevima ...

- Odaber i bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...
- 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1 ...

Poigrajmo se brojevima ...

- Odaberi bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...
- 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1 ...

Nadam se da nisi krenuo/la od 27 ☺:

Poigrajmo se brojevima ...

- Odaberi bilo koji prirodan broj! 8, 17
- Je li paran ili neparan? Ako je paran, prepolovi (4), a ako je neparan pomnoži s 3 i dodaj 1 (52).
- Ponavljam prethodnu naredbu!
- 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...
- 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1 ...

Nadam se da nisi krenuo/la od 27 ☺: 27, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, 322, 161, 484, 242, 121, 364, 182, 91, 274, 137, 412, 206, 103, 310, 155, 466, 233, 700, 350, 175, 526, 263, 790, 395, 1186, 593, 1780, 890, 445, 1336, 668, 334, 167, 502, 251, 754, 377, 1132, 566, 283, 850, 425, 1276, 638, 319, 958, 479, 1438, 719, 2158, 1079, 3238, 1619, 4858, 2429, 7288, 3644, 1822, 911, 2734, 1367, 4102, 2051, 6154, 3077, 9232, 4616, 2308, 1154, 577, 1732, 866, 433, 1300, 650, 325, 976, 488, 244, 122, 61, 184, 92, 46, 23, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1



31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

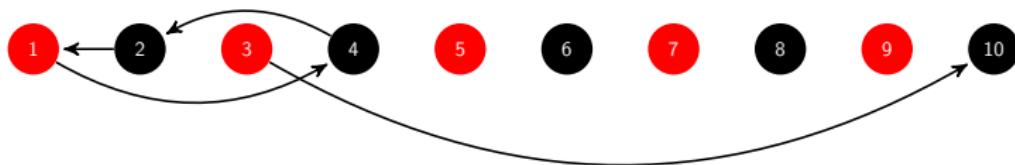
21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

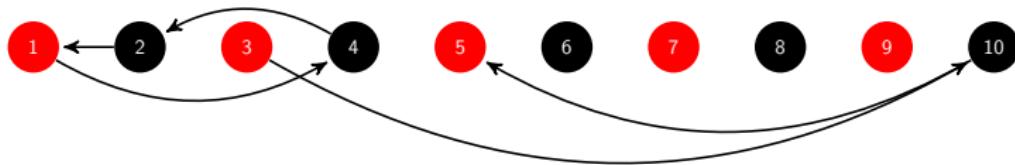
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

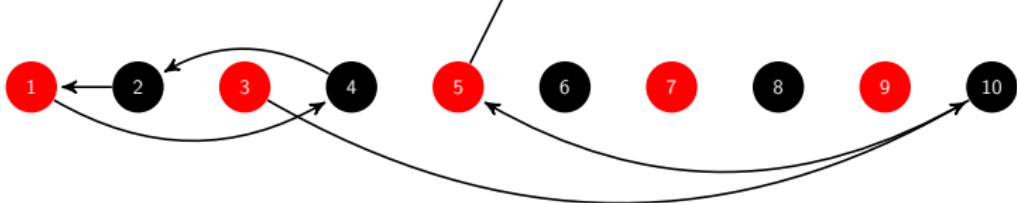
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

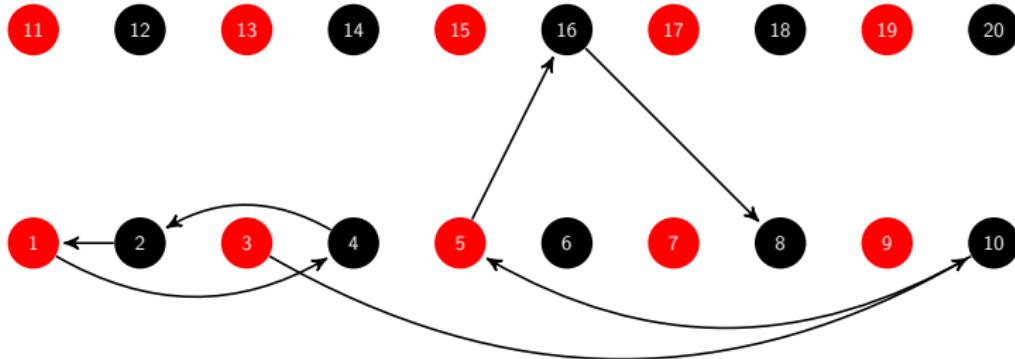


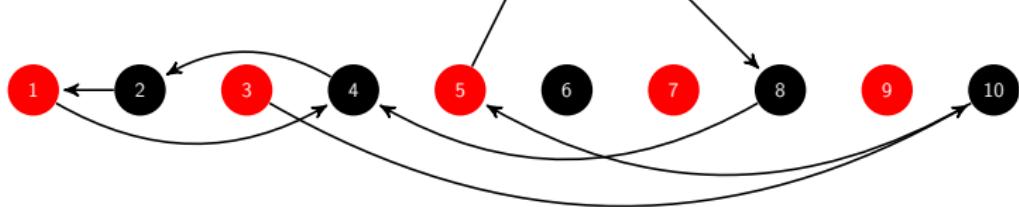


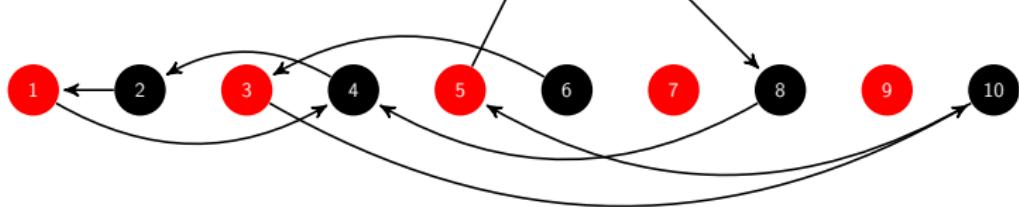


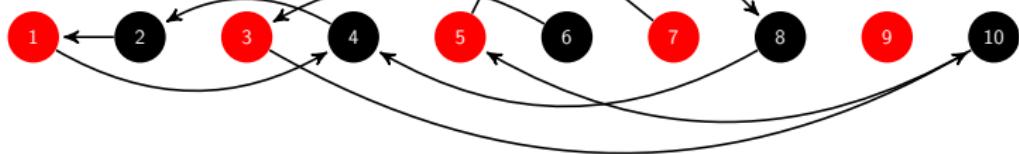


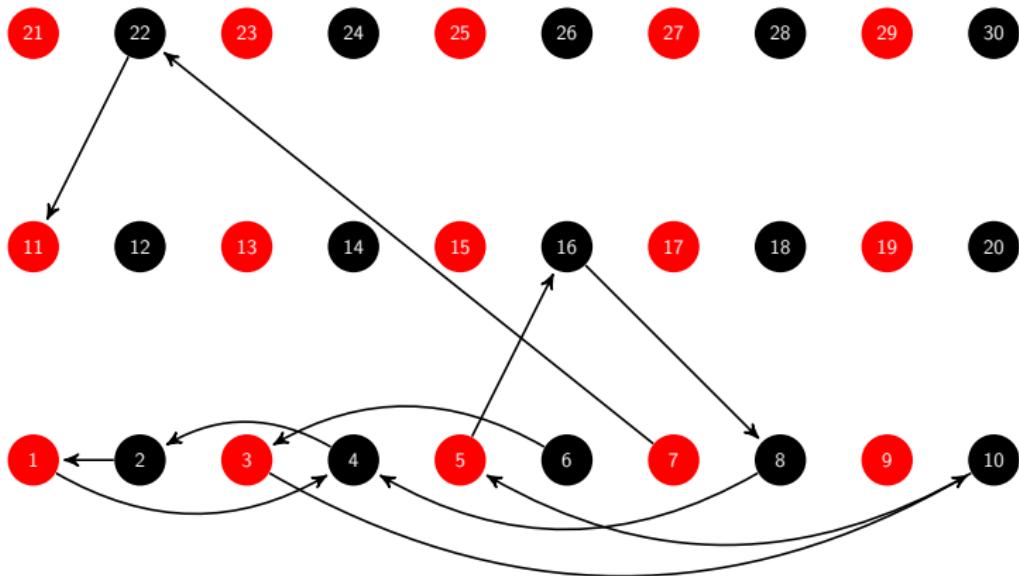


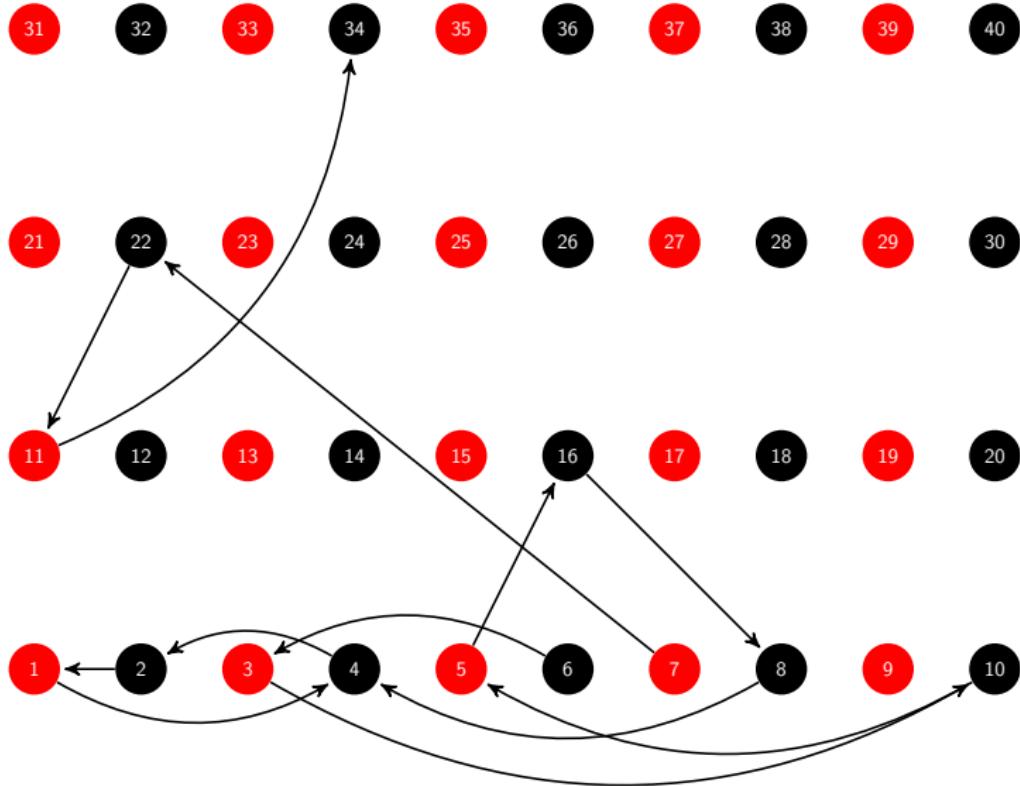


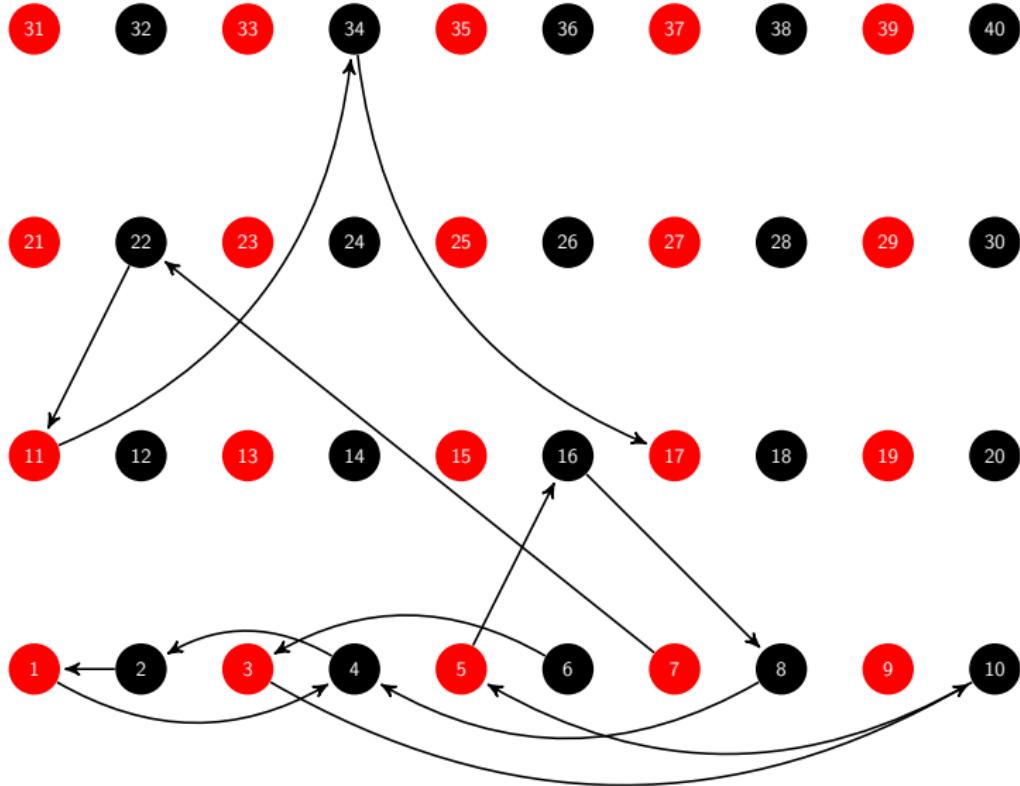


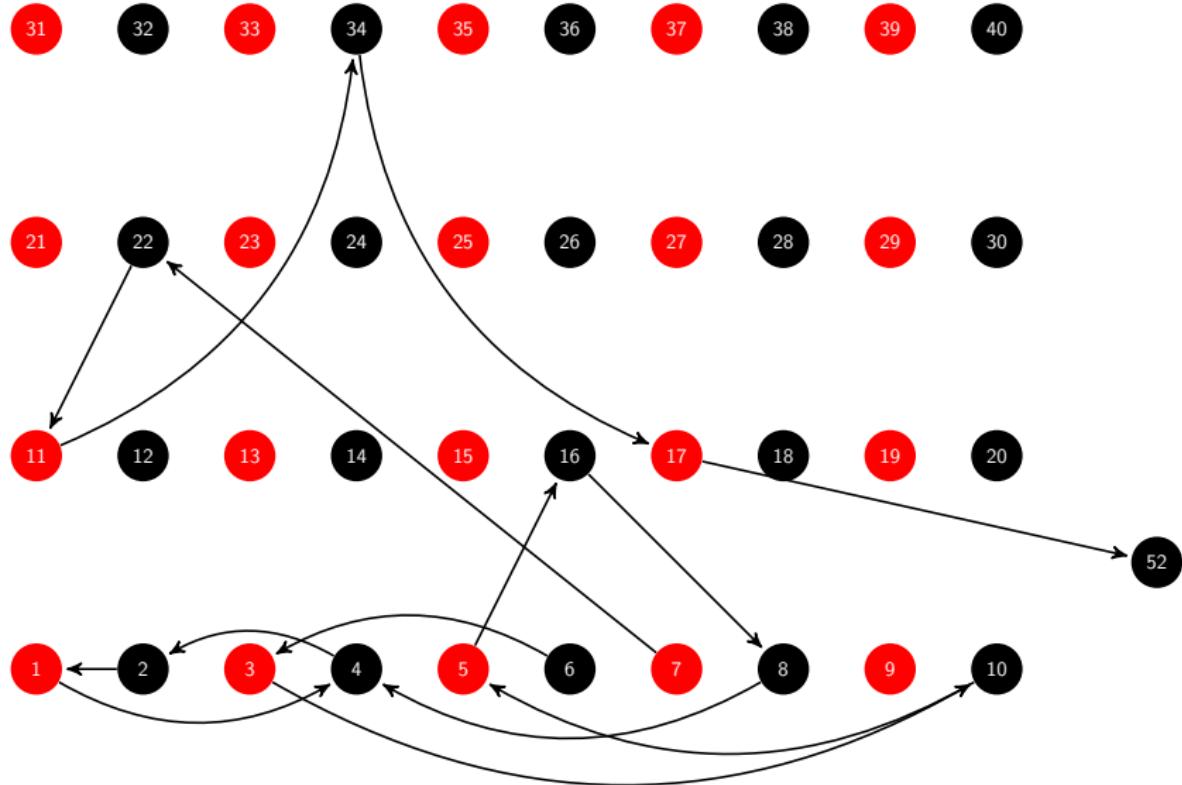


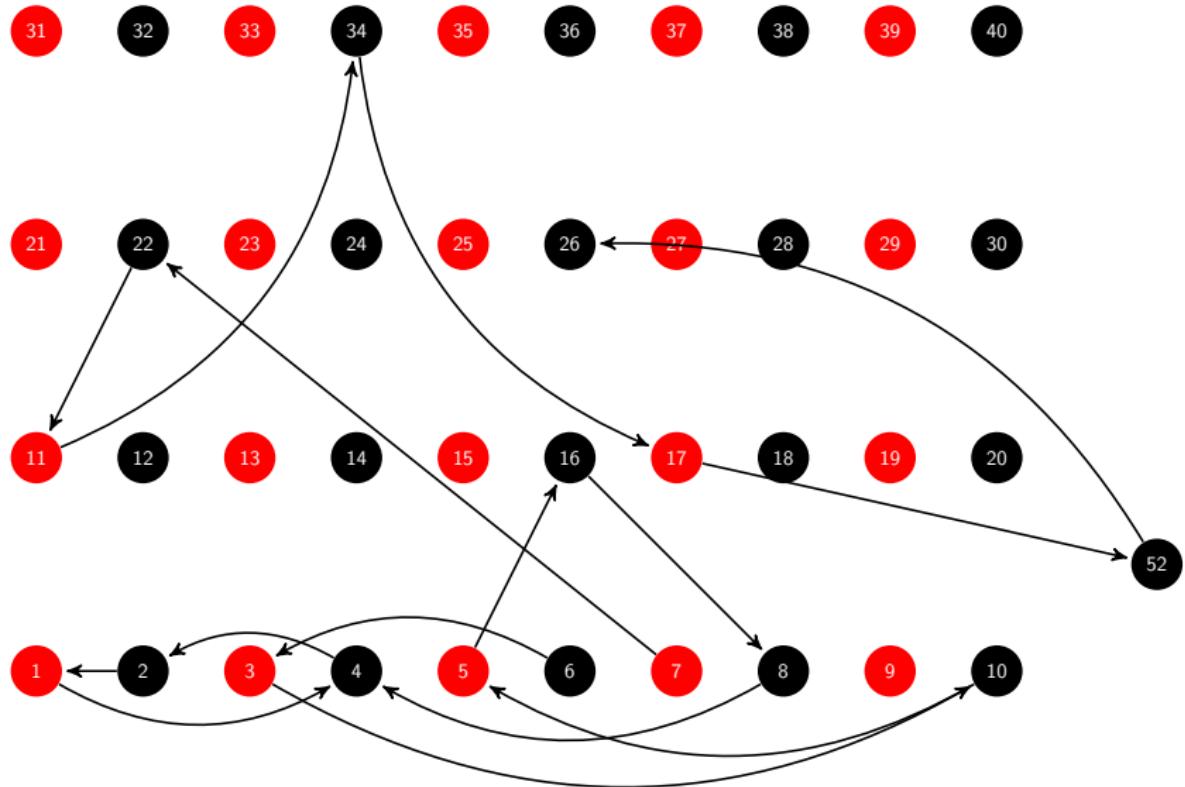


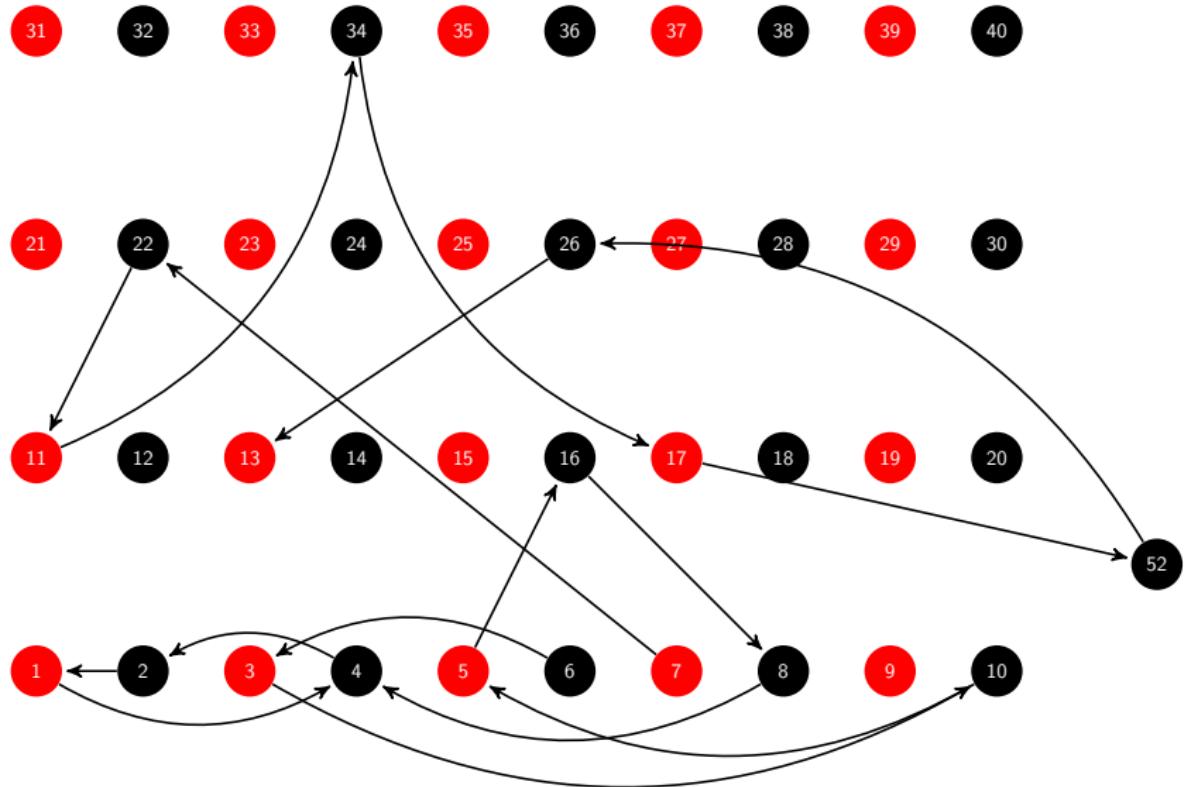


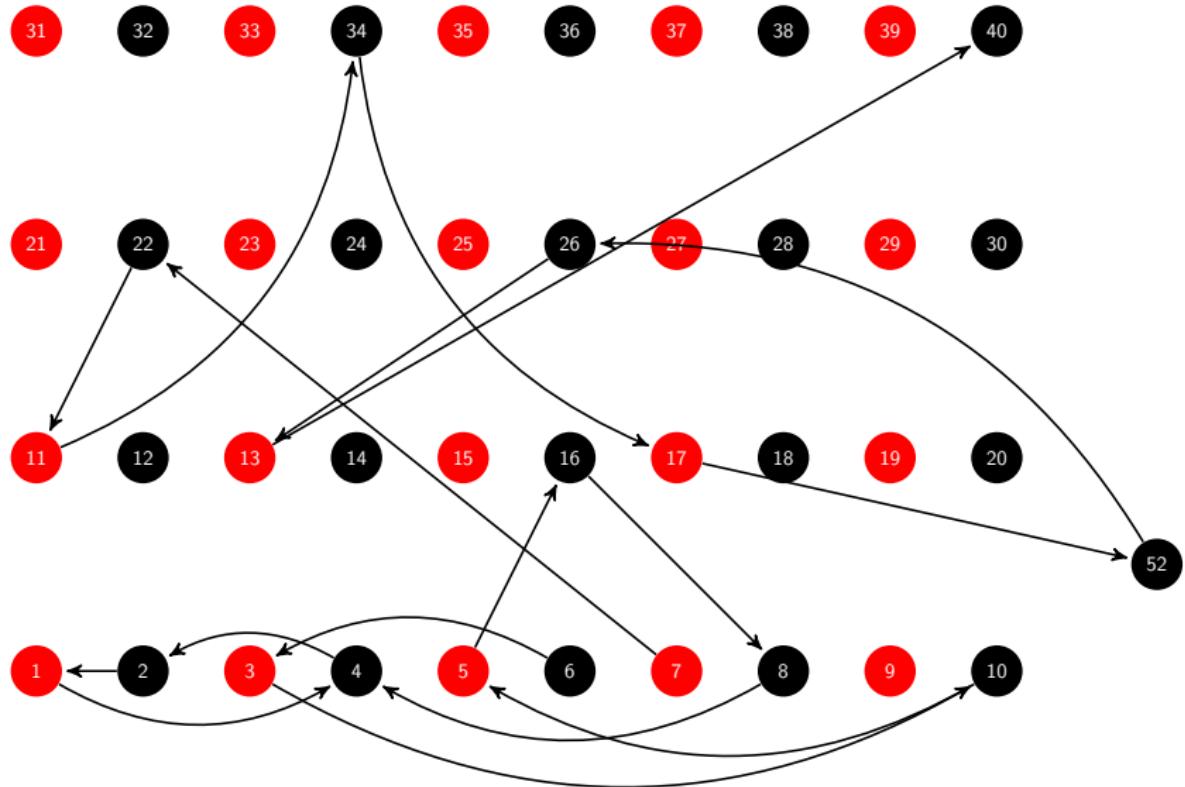


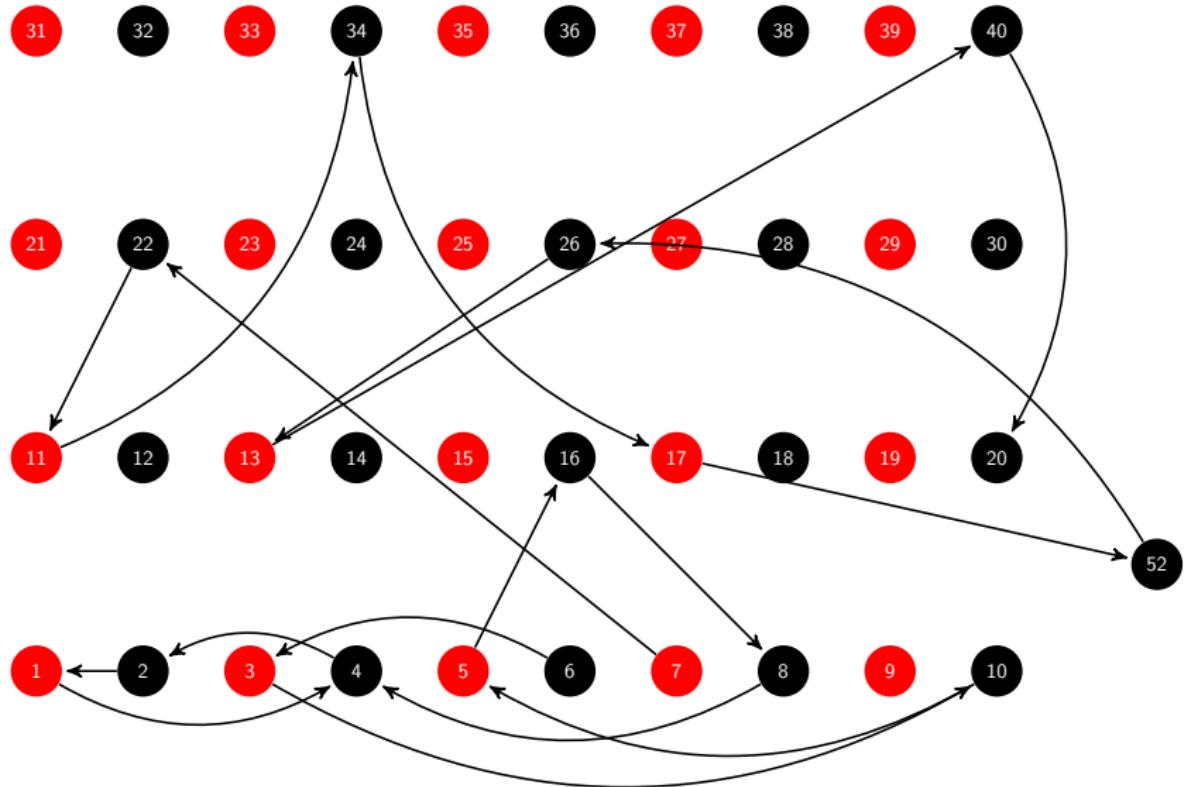


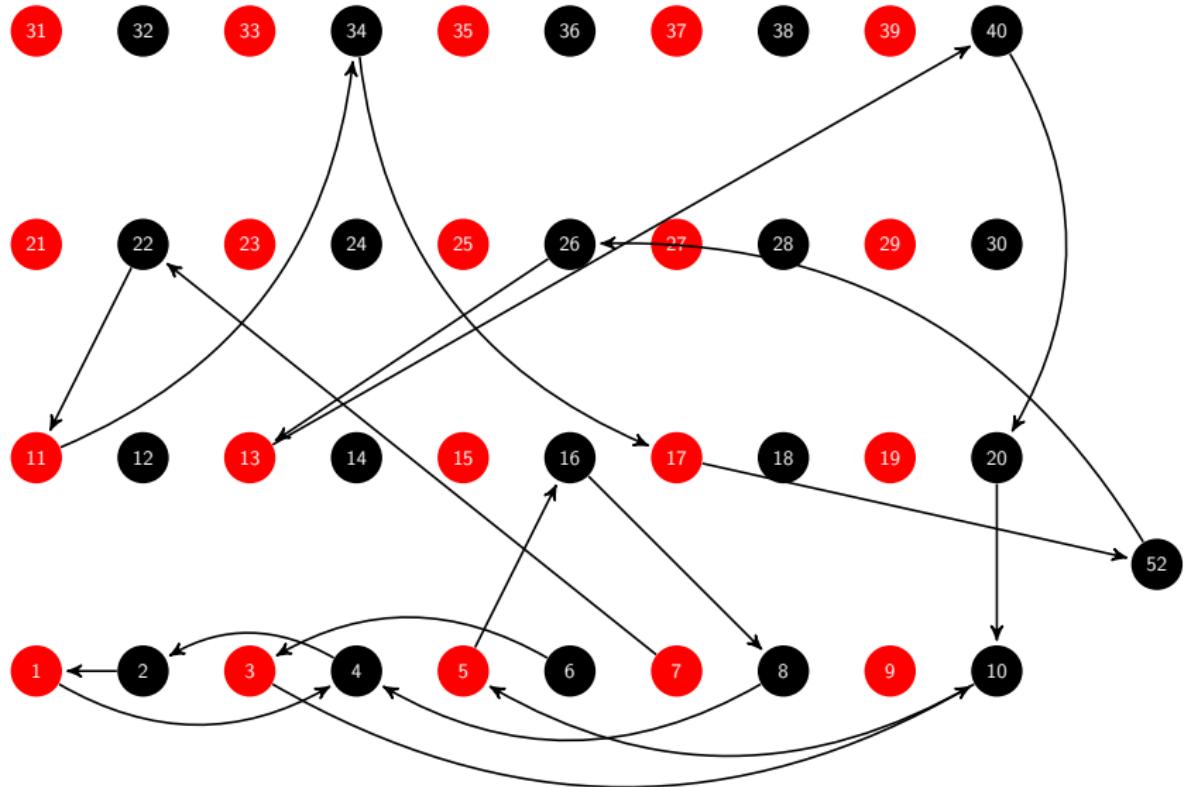


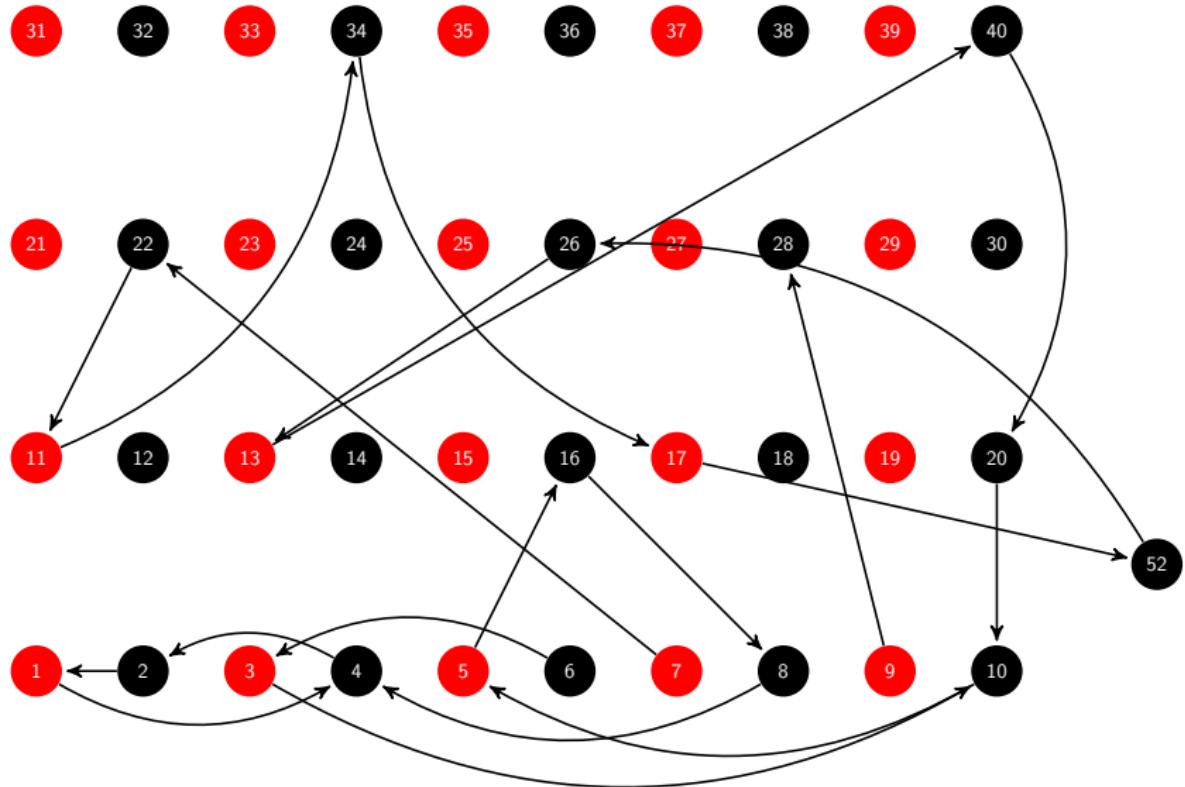


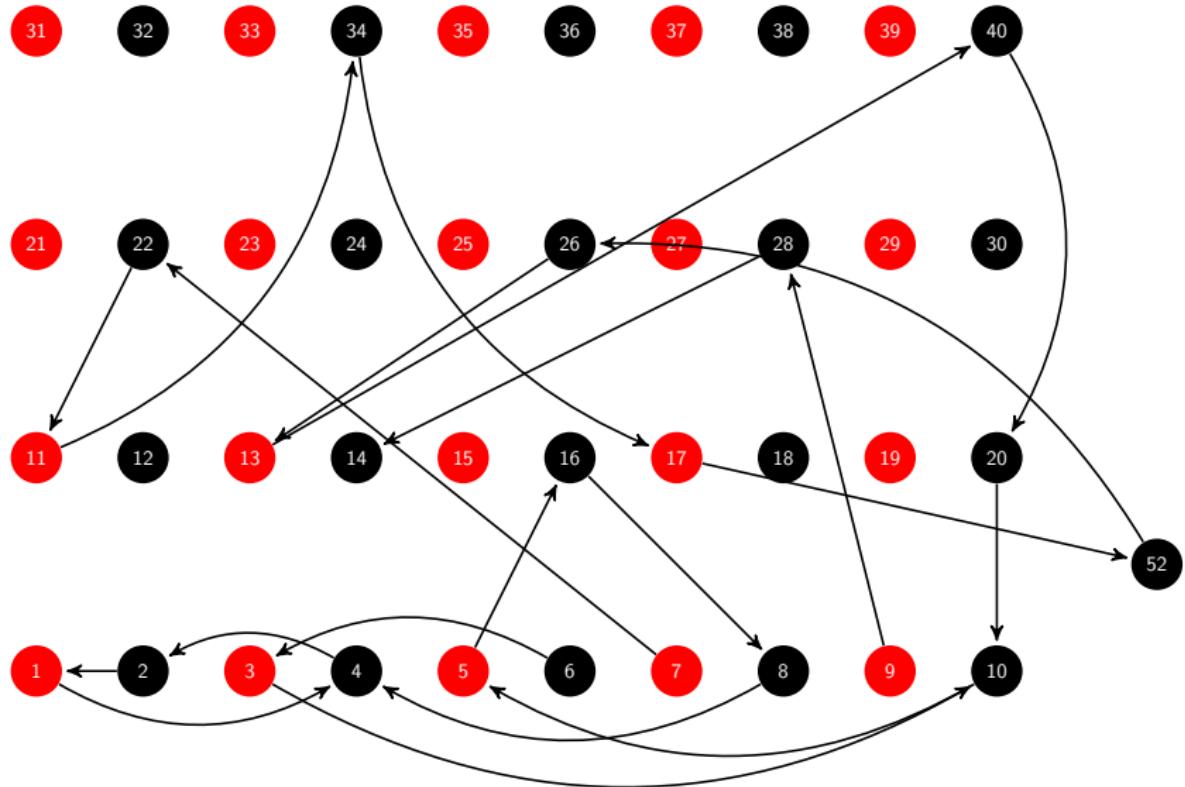


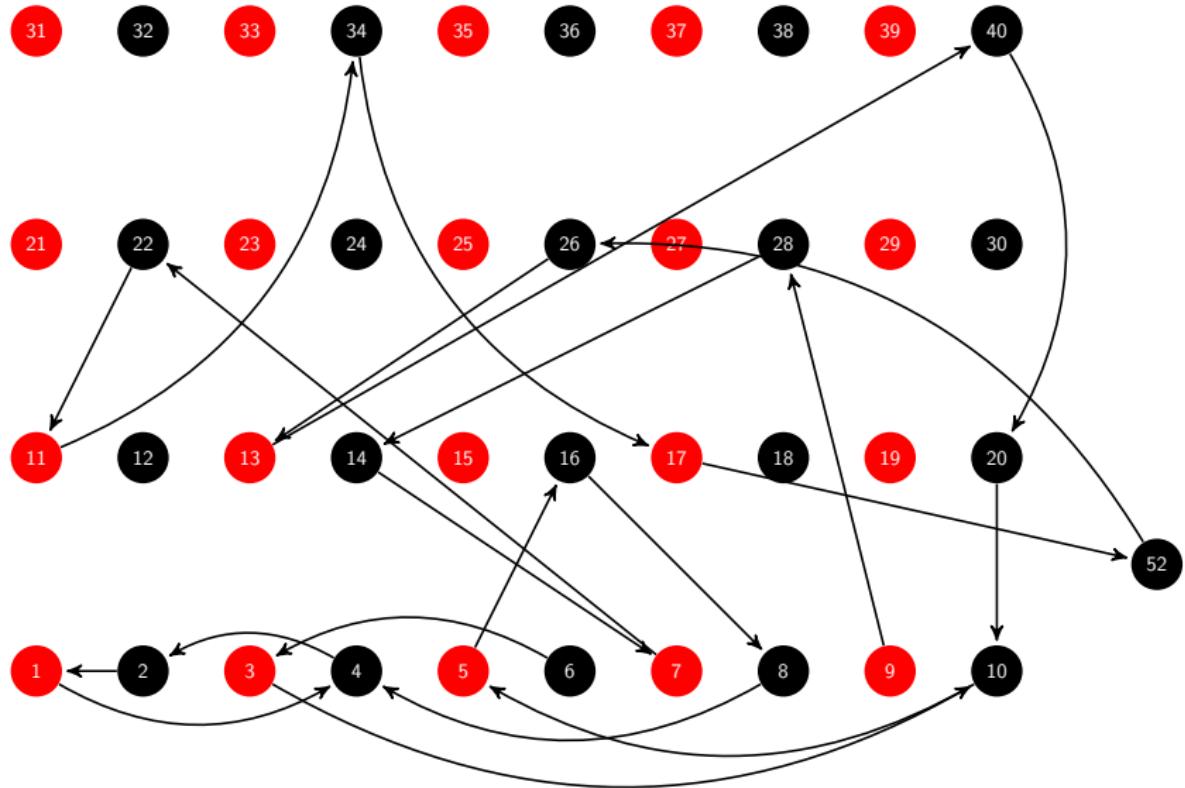


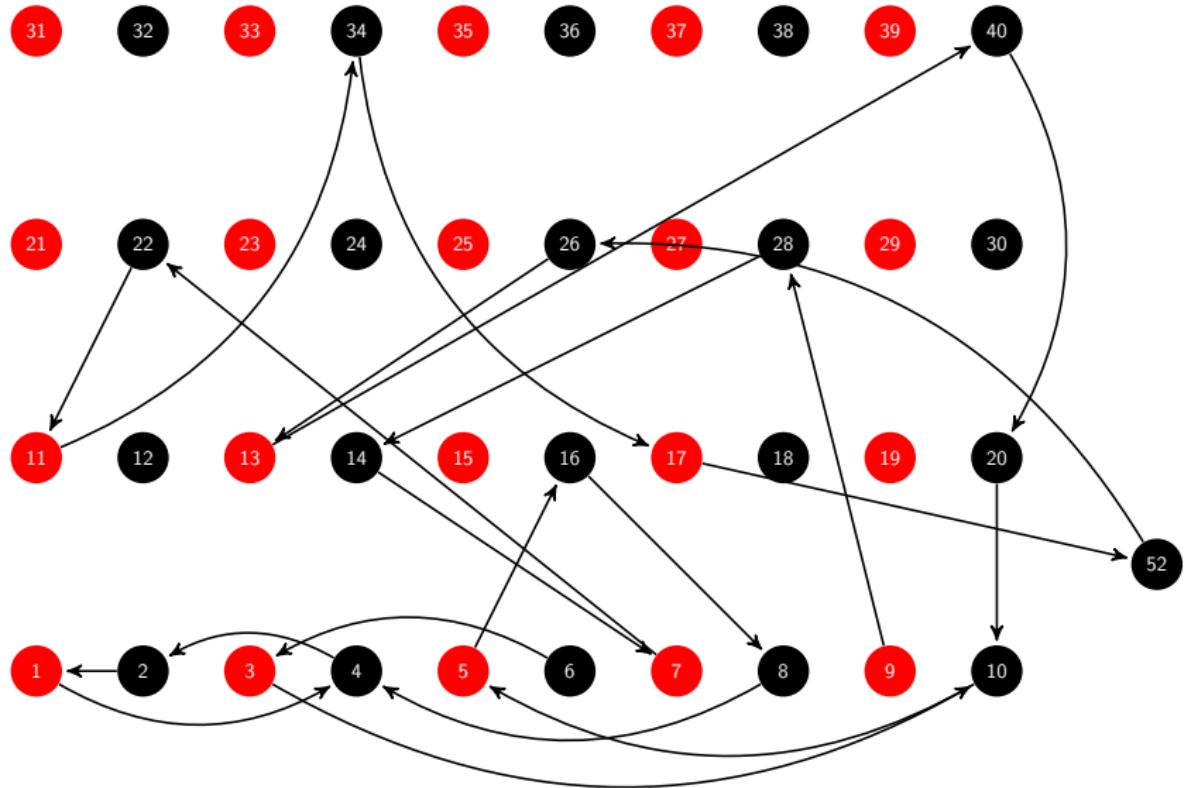


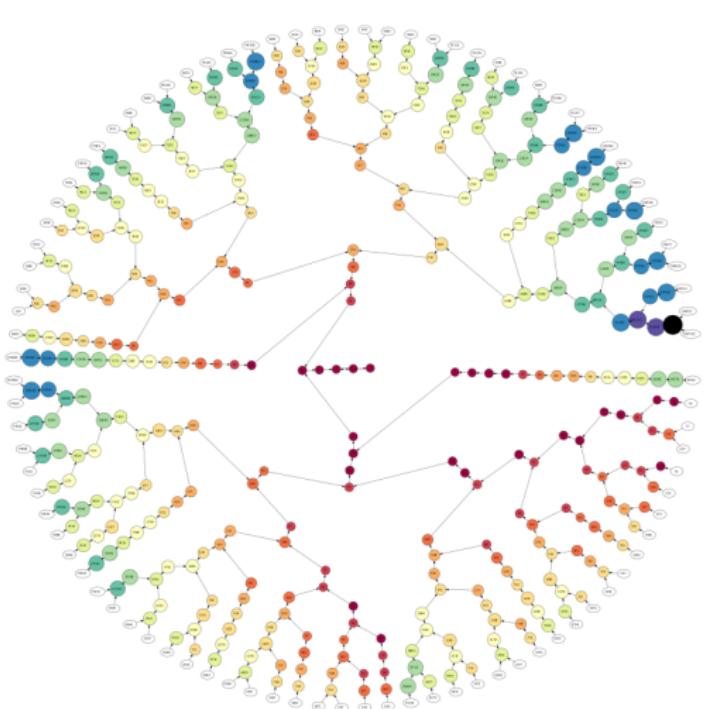


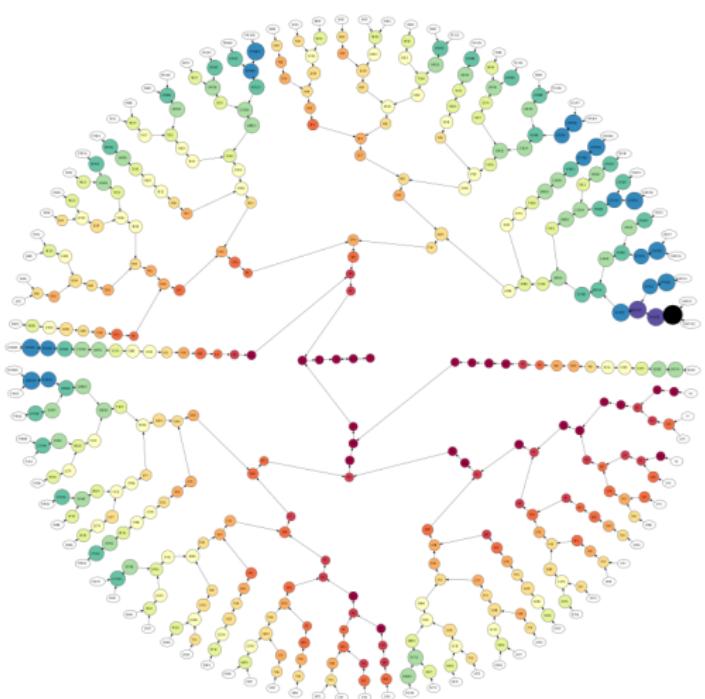












Algoritmarte: The Collatz Tree

Hipoteza o čudesnim brojevima

Collatzova funkcija

$$f(n) = \begin{cases} n/2, & n \equiv 0 \pmod{2} \\ 3n + 1, & n \equiv 1 \pmod{2}. \end{cases}$$

Hipoteza o čudesnim brojevima

Collatzova funkcija

$$f(n) = \begin{cases} n/2, & n \equiv 0 \pmod{2} \\ 3n + 1, & n \equiv 1 \pmod{2}. \end{cases}$$

Collatzova hipoteza (slutnja)

Za svaki prirodan broj n iterativna primjena Collatzove funkcije rezultirat će u konačno mnogo koraka beskonačnom petljom $4 - 2 - 1$ (tj. prije ili kasnije će doći do 1).

Hipoteza o čudesnim brojevima

Collatzova funkcija

$$f(n) = \begin{cases} n/2, & n \equiv 0 \pmod{2} \\ 3n + 1, & n \equiv 1 \pmod{2}. \end{cases}$$

Collatzova hipoteza (slutnja)

Za svaki prirodan broj n iterativna primjena Collatzove funkcije rezultirat će u konačno mnogo koraka beskonačnom petljom $4 - 2 - 1$ (tj. prije ili kasnije će doći do 1).

Primijetimo: Ako je broj potencija od 2 ($2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 = 2^m$), onda ćemo uzastopno prepolavlјati dok ne dođemo do 4: 2, 4, 8, 16, 32, 64,

Hipoteza o čudesnim brojevima

Collatzova funkcija

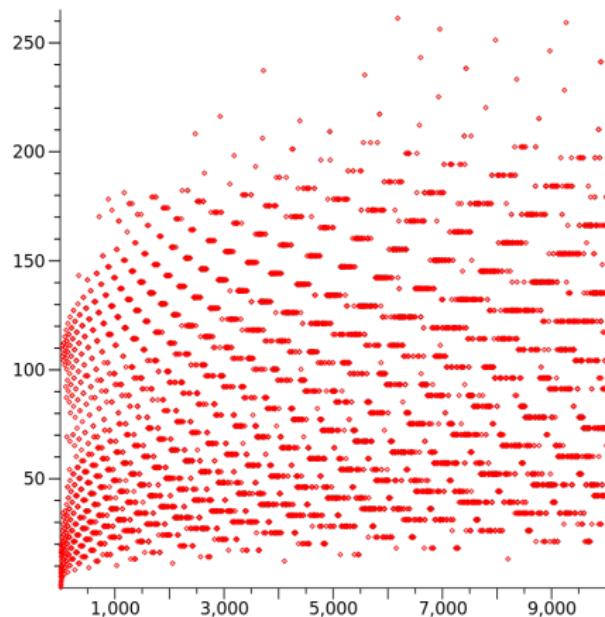
$$f(n) = \begin{cases} n/2, & n \equiv 0 \pmod{2} \\ 3n + 1, & n \equiv 1 \pmod{2}. \end{cases}$$

Collatzova hipoteza (slutnja)

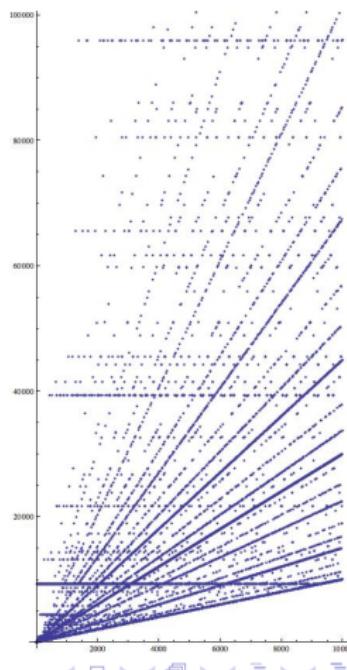
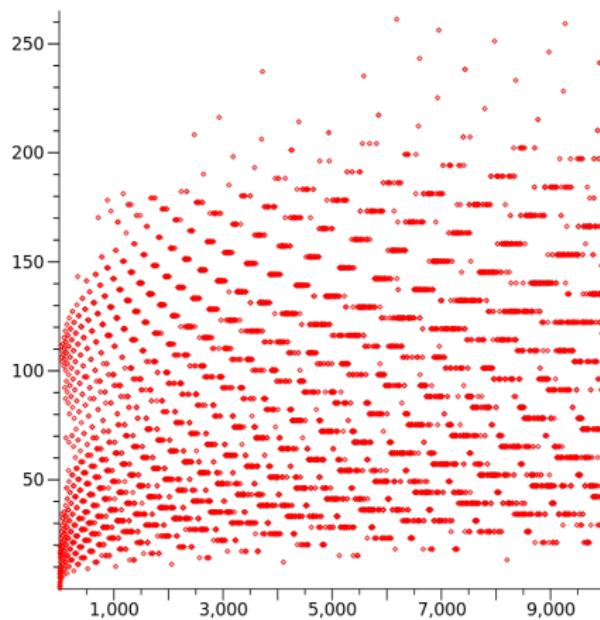
Za svaki prirodan broj n iterativna primjena Collatzove funkcije rezultirat će u konačno mnogo koraka beskonačnom petljom $4 - 2 - 1$ (tj. prije ili kasnije će doći do 1).

Primijetimo: Ako je broj potencija od 2 ($2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 = 2^m$), onda ćemo uzastopno prepolavlјati dok ne dođemo do 4: 2, 4, 8, 16, 32, 64, Također, ako je $3n + 1 = 2^m$, tj. $n = \frac{2^m - 1}{3}$: 1, 5, 21, ...

Koliko koraka dok ne dođemo do broja manjeg od polaznog? Koji je najveći broj u Collatzovom nizu danog broja?



Koliko koraka dok ne dođemo do broja manjeg od polaznog? Koji je najveći broj u Collatzovom nizu danog broja?



Što znamo?

- Provjereno „grubom silom“ do $2^{68} = 295.147.905.179.352.825.856$.

Što znamo?

- Provjereno „grubom silom“ do $2^{68} = 295.147.905.179.352.825.856$.
- Za početne brojeve do oko 10000 brojevi pripadnog niza ostaju manji od 100000 (iznimka: ako kreneš od 9663, dostigne se broj blizu 27 milijuna).
- Za veliku većinu početnih brojeva će brojevi pripadnog Collatzovog niza ostati u ograničenom rasponu.
- Hoće li ikad bit riješeno?
- Paul Erdős: Matematika još nije spremna za ovakve probleme.

Hvala na pažnji!

