



MATEMATIKA U UMJETNOSTI

9. KONGRES NASTAVNIKA MATEMATIKE,
ZAGREB, 5. – 6. 7. 2022.

Renata Brkanac, prof. matematike - učiteljsavjetnik
Vesna Škreb Salamunić, prof. matematike i fizike - učitelj mentor
OŠ Cvjetno naselje, Zagreb

Što je površina, omjer, postotak?

UMNOŽAK DULJINE I
ŠIRINE

UMNOŽAK DULJINA
STRANICA

1 : 2 (DANI I
PRIMLJENI GOLOVI),
11 : 12 (OMJER
BROJA DJEVOJČICA
I DJEČAKA U
RAZREDU)

$0.36 = \underline{0.36} \cdot 100 = 36\%$

Kako učenike potaknuti da razmišljaju o pojmu površine?

Novi kurikulumi:

- ▶ 7. razred:

FIZ OŠ A.7.1. Uspoređuje dimenzije, masu i gustoću različitih tijela i tvari.

Sadržaji:

fizička veličina, duljina, **površina** i volumen, masa, gustoća.

FIZ OŠ B.7.5.

Analizira utjecaj tlaka.

- ▶ 8. razred:

FIZ OŠ A.8.4. Objasnjava električni otpor vodiča.

Sadržaji:

električni otpor trošila, ovisnost električne struje o električnom naponu, Ohmov zakon.

Kako učenike potaknuti da razmišljaju o pojmu površine?

Novi kurikulumi:

- ▶ 4. razred:

MAT OŠ D.4.2. Uspoređuje površine likova te ih mjeri jediničnim kvadratima.

Površine se ne računaju, nego mjere prekrivanjem pravokutnika i kvadrata jediničnim kvadratima

- ▶ 5. razred:

MAT OŠ D.5.4. Računa i primjenjuje opseg i površinu geometrijskih likova.

- ▶ 6. razred:

MAT OŠ D.6.2. Računa i primjenjuje opseg i površinu trokuta i četverokuta te mjeru kuta.

- ▶ 7. razred:

MAT OŠ D.7.3. Odabire strategije za računanje opsega i površine mnogokuta.

MAT OŠ D.7.4. Računa i primjenjuje opseg i površinu kruga i njegovih dijelova.

- ▶ 8. razred:

MAT OŠ D.8.4. Odabire i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.

Gdje se sve susrećemo s određivanjem površine?

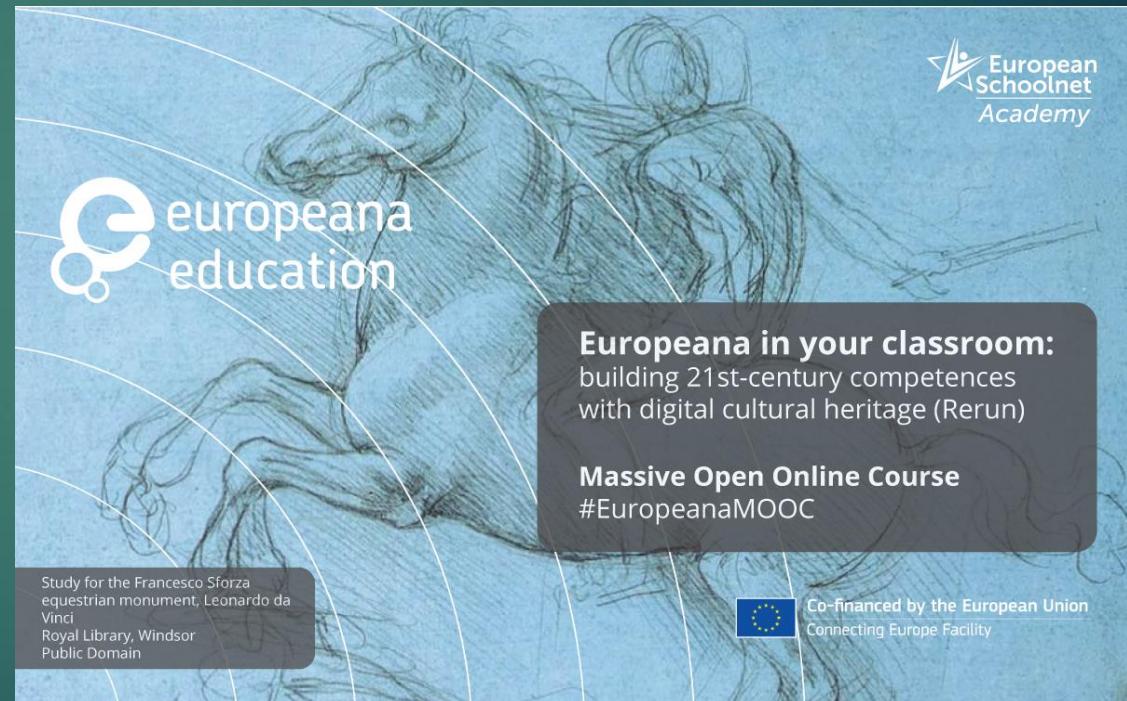
U MATEMATICI I FIZICI
(GEOGRAFIJI)

U ŽIVOTU – POVRŠINA ZEMLJIŠTA,
STANA ILI SOBE

NEGDJE
DRUGDJE?

Matematika u umjetnosti

MOOC „Europeana in your classroom” na platformi
European Schoolnet Academy



Matematika u umjetnosti

- ▶ [Europeana](#)
- ▶ Zajednički završni rad (scenarij učenja) na MOOC-u nazvale smo Math in Art, te u njemu uz korištenje izvora s platforme [Europeana](#) povezale matematiku, fiziku i likovnu umjetnost kroz problem računanja, odnosno mjerjenja površine.
- ▶ Rad je objavljen na Europeana blogu



Mathematics in Art
(EN-CUR-141)

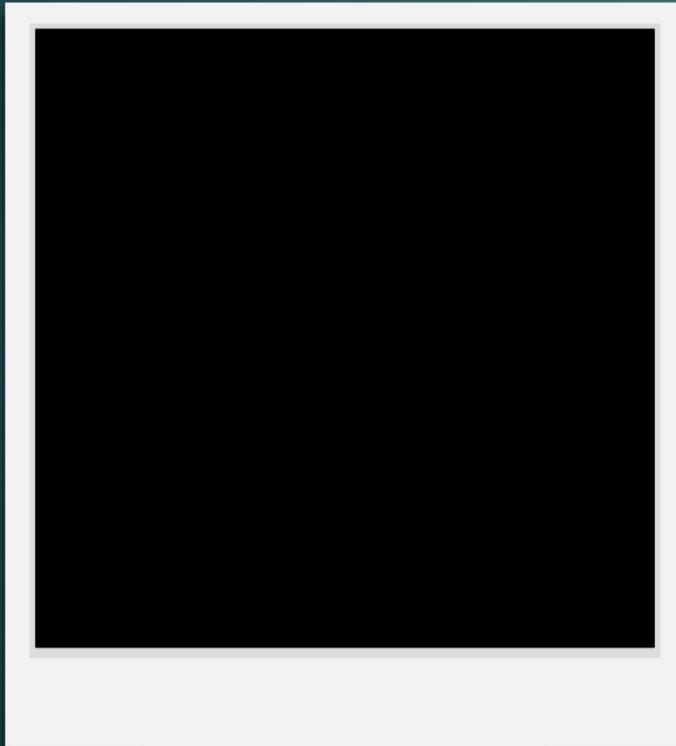
Students calculate the area of geometric and non-geometric shapes in each colour and make their own sketch or painting. The topic fits in the Mathematics curriculum for the sixth grade and can be used for advanced groups as well, involving an activity on Graphics.

Površine, omjeri i postotci u umjetnosti

- ▶ Rad u homogenim grupama
- ▶ Zadataci vezani uz umjetnička djela (likovne radove)
- ▶ Zahtijevaju suradnički rad, odabir i primjenu različitih metoda određivanja površina
- ▶ Računanje omjera (interpretacija)
- ▶ Računanje postotka

Primjeri radova

Zadatak 1.



- Izmjerite visinu i širinu slike te izračunajte površinu cijele slike i površinu crnog pravokutnika.
- Izračunajte omjer crnog prema bijelom dijelu slike.

Marko, 7.r

Zadatak 1.

- a) Izmjerite visinu i širinu slike te izračunajte površinu cijele slike i površinu crnog pravokutnika.
- b) Izračunajte omjer crnog prema bijelom dijelu slike.

$$\begin{array}{l} \text{CENO} \\ a=20 \text{ cm} \\ b=22,5 \text{ cm} \\ a+b=20+22,5 \end{array}$$

$$20+22,5 = 42,5$$

$$\begin{array}{l} \text{BIJELO tini pravokutnik} \\ a=20 \text{ cm} \\ b=0,2 \text{ m} \\ a+b=20+0,2 \end{array}$$

$$20+0,2 = 20,2$$

$$\begin{array}{l} P=20 \cdot 22,5 = 20 \cdot 22,5 \\ \quad 40 \\ + 40 \\ \hline 100 \\ 450,0 \end{array}$$

$$P=450 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{l} P=20 \cdot 2,76 \\ \quad 40 \\ + 40 \\ \hline 100 \\ 320 \\ 320 \\ \hline 276 \end{array}$$

$$P=552 \text{ cm}^2$$

MARKO, 7.r (P.P.)

Lara, 7.r

Zadatak 1.

- a) Izmjerite visinu i širinu slike te izračunajte površinu cijele slike i površinu crnog pravokutnika.
- b) Izračunajte omjer crnog prema bijelom dijelu slike.

$$a) P=a \cdot b$$

$$P=20 \text{ cm} \cdot 22,5 \text{ cm}$$

$$P=\boxed{450 \text{ cm}^2} \text{ cm}^2$$

Površina cijele slike je

$$450,7 \text{ cm}^2$$

$$P=a \cdot b$$

$$P=20 \text{ cm} \cdot 5,2 \text{ cm}$$

$$P=\boxed{104 \text{ cm}^2}$$

Površina crnog pravokutnika je

$$104 \text{ cm}^2$$

3:1

$$b) 450 \text{ cm}^2 : 104 \text{ cm}^2 \approx 2,82$$

$$P=a \cdot b$$

$$P=0,5 \text{ cm} \cdot 29,7 \text{ cm}$$

$$P=\boxed{14,85 \text{ cm}^2}$$

$$P=0,5 \text{ cm} \cdot 29,7 \text{ cm}$$

$$P=\boxed{14,85 \text{ cm}^2}$$

$$P=20 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}$$

$$P=\boxed{20 \text{ cm}^2}$$

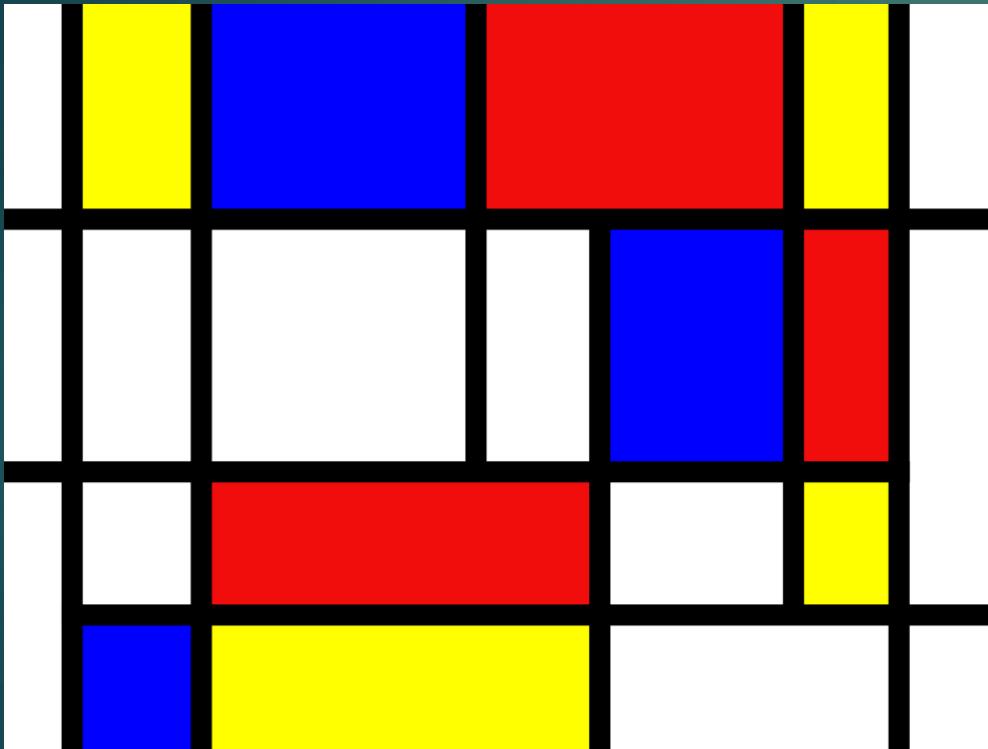
Postotak

$$450 \text{ od } 153,7$$

LARA, 7.r

Primjeri radova

Zadatak 2.



- Izmjerite sve odgovarajuće duljine (crnih „okvira“ te svakog pojedinog kvadrata i pravokutnika).
- Izračunajte koji postotak površine slike „zauzima“ svaka boja.

Maša, 8.r

Zadatak 2.

a) Izmjerite sve odgovarajuće duljine (crnih „okvira“ te svakog pojedinog kvadrata i pravokutnika).

b) Izračunajte koji postotak površine slike „zauzima“ svaka boja.

Oznaci što su to 1, 2, 3, 4.

① $P = a \cdot b$
 $P = 4.7 \cdot 2$
 $P = 9.4 \text{ cm}^2$



(Cijela slika)
Sve ukupno:
 $P = 16 \cdot 23$
 $P = 377.2 \text{ cm}^2$

② $P = 1.9 \cdot 2.8$
 $P = 5.32 \text{ cm}^2$



CRNI
 $= 8.2 \text{ cm}^2$
 $= 8.2 \text{ cm}^2$

③ $P = 8.9 \cdot 2.8$
 $P = 25.23 \text{ cm}^2$



④ $P = 4.8 \cdot 2.4$
 $P = 11.52 \text{ cm}^2$



MAŠA, 8.r.

KOLIKI POSTOTAK
ZAUZIMAJU ŽUTI
PRAVOKUTNICI?

$$9.4 : 377.2 \\ = 0.02 \cdot \underline{100} = 2\%$$

$$5.32 : 377.2$$

$$= 0.01 \cdot \underline{100} = 1\% \\ 25.23 : 377.2$$

$$\text{SVEUKUPNO} = 12\%$$

$$= 0.06 \cdot \underline{100} = 6\%$$

$$11.52 : 377.2$$

$$= 0.03 \cdot \underline{100} = 3\%$$

Bilo bi lakše da si prvo zbrojila površine svih ovih pravokutnika.

MAŠA, 8.r.

Roko, 7.r

Zadatak 2.

- a) Izmjerite sve odgovarajuće duljine (crnih „okvira“ te svakog pojedinog kvadrata i pravokutnika).
- b) Izračunajte koji postotak površine slike „zauzima“ svaka boja.

a)

$$\begin{aligned}
 & P_{\text{BIJELA}} = 199.8 \text{ cm}^2 \\
 & P_1 = 6 \cdot 1.6 = 9.6 \text{ cm}^2 \\
 & P_2 = 6.5 \cdot 1.6 = 10.4 \text{ cm}^2 \\
 & P_3 = 5.5 \cdot 4.6 = 8.8 \text{ cm}^2 \\
 & P_4 = 3.6 \cdot 3 = 10.8 \text{ cm}^2 \\
 & P_5 = 6.5 \cdot 3 = 19.3 \text{ cm}^2 \\
 & P_6 = 6.5 \cdot 7 = 45.5 \text{ cm}^2 \\
 & P_7 = 6.5 \cdot 2.8 = 18.2 \text{ cm}^2 \\
 & P_8 = 7.7 \cdot 2 = 15.4 \text{ cm}^2 \\
 & P_9 = 4.8 \cdot 3.5 = 16.8 \text{ cm}^2 \\
 & P_{10} = 2.5 \cdot 2 = 5 \text{ cm}^2 \\
 & P_{11} = 10.5 \cdot 2.5 = 26.25 \text{ cm}^2 \\
 & P_{12} = 5.5 \cdot 2.5 = 13.75 \text{ cm}^2 \\
 & P_{\text{ŽUTA}} = 58.2 \text{ cm}^2 \\
 & P_{13} = 5.5 \cdot 3 = 16.5 \text{ cm}^2 \\
 & P_{14} = 10.5 \cdot 2 = 21 \text{ cm}^2 \\
 & P_{15} = 3.5 \cdot 2.3 = 8.05 \text{ cm}^2 \\
 & P_{16} = 5.5 \cdot 2.3 = 12.65 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$P_{\text{CRVENA}} : 97.85 \text{ cm}^2$$

$$P_{17} = 10.5 \cdot 3.6 = 37.8 \text{ cm}^2$$

$$P_{18} = 8.2 \cdot 5.5 = 45.1 \text{ cm}^2$$

$$P_{19} = 6.5 \cdot 2.3 = 14.95 \text{ cm}^2$$

$$P_{\text{PLAVA}} : 75.7 \text{ cm}^2$$

$$P_{20} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}^2$$

$$P_{21} = 7.5 \cdot 5.5 = 38.5 \text{ cm}^2$$

$$P_{22} = 6.5 \cdot 4.8 = 31.2 \text{ cm}^2$$

$$P_{\text{ZELENA (CRTE)}} : 154.62 \text{ cm}^2$$

$$P_{23} = 19 \cdot 0.6 = 11.4 \text{ cm}^2$$

$$P_{24} = 19 \cdot 0.6 = 11.4 \text{ cm}^2$$

$$P_{25} = 17 \cdot 0.6 = 10.2 \text{ cm}^2$$

$$P_{26} = 13.6 \cdot 0.6 = 8.16 \text{ cm}^2$$

$$P_{27} = 13 \cdot 0.6 = 7.8 \text{ cm}^2$$

$$P_{28} = 19 \cdot 0.6 = 11.4 \text{ cm}^2$$

$$P_{29} = 19 \cdot 0.6 = 11.4 \text{ cm}^2$$

$$P_{30} = 19 \cdot 0.6 = 11.4 \text{ cm}^2$$

$$P_{31} = 2.5 \cdot 0.6 = 1.5 \text{ cm}^2$$

$$P_{32} = 7.7 \cdot 0.6 = 4.62 \text{ cm}^2$$

$$P_{33} = 10.5 \cdot 0.6 = 6.3 \text{ cm}^2$$

$$P_{34} = 3 \cdot 0.6 = 1.8 \text{ cm}^2$$

$$P_{35} = 1.6 \cdot 0.6 = 0.96 \text{ cm}^2$$

$$P_{36} = 2.5 \cdot 0.6 = 1.5 \text{ cm}^2$$

$$b) P_{\text{UKUPNO}} = 28.8 \text{ cm} \cdot 20.4 \text{ cm} = 587.52 \text{ cm}^2$$

$$\% \text{ BIJELE BOJE} = \frac{P_B}{P_U} \cdot 100 = \frac{199.8}{587.52} \cdot 100 \approx 34\%$$

$$\% \text{ CRVENE BOJE} = \frac{P_{\text{CRVENA}}}{P_U} \cdot 100 = \frac{97.85}{587.52} \cdot 100 \approx 17\%$$

$$\% \text{ PLAVE BOJE} = \frac{P_P}{P_U} \cdot 100 = \frac{75.7}{587.52} \cdot 100 \approx 13\%$$

$$\% \text{ ŽUTE BOJE} = \frac{P_Z}{P_U} \cdot 100 = \frac{58.2}{587.52} \cdot 100 \approx 10\%$$

$$\% \text{ CRNE BOJE} = \frac{P_{\text{CRNA}}}{P_U} \cdot 100 = \frac{151.62}{587.52} \cdot 100 \approx 26\%$$

ROKO 7.A

ROKO 7.r

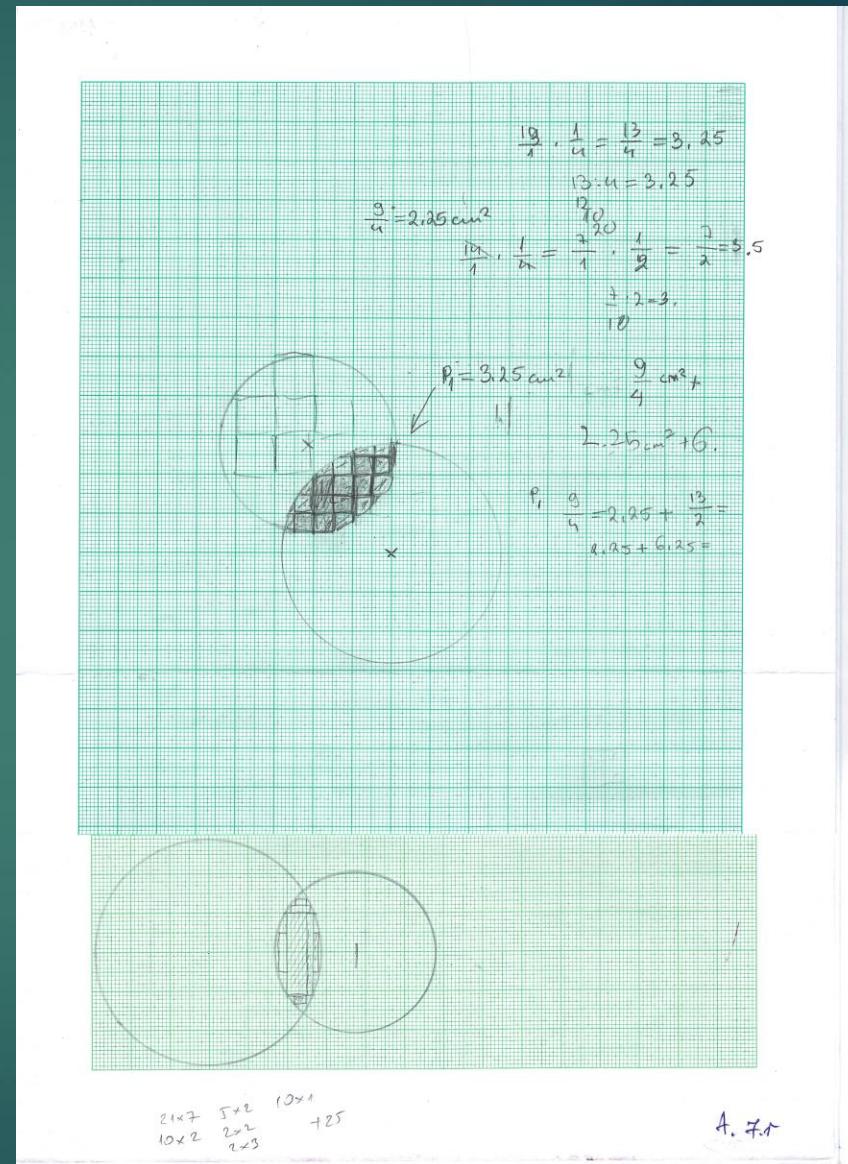
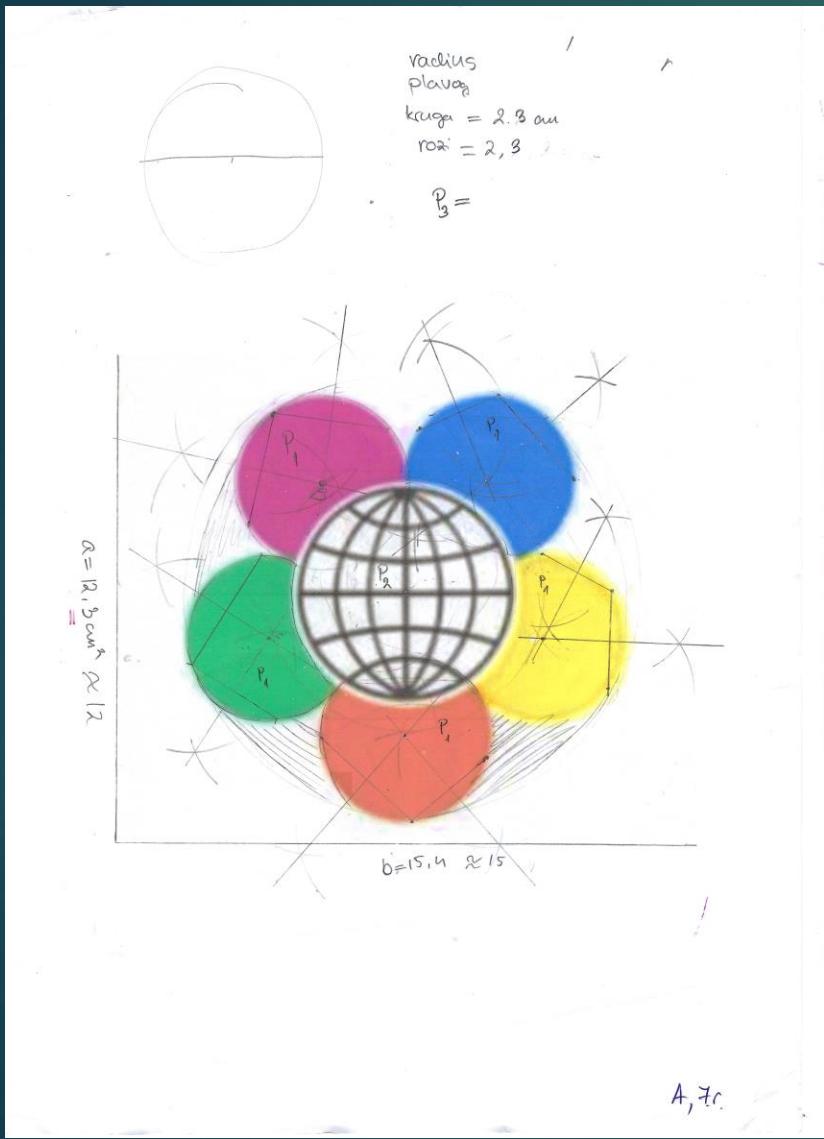
Primjeri radova

Zadatak 3.

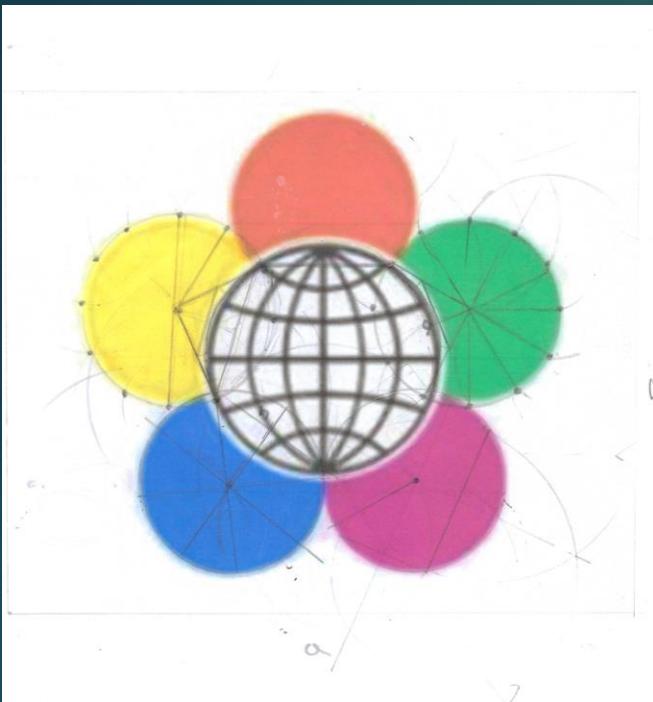


- Odredite površinu svake boje (crvene, narančaste, žute, zelene i plave) koristeći listiće na kojima je ispisana slika.
- Izračunajte koji postotak površine slike „zauzima“ svaka boja.

A., 7. r.



Mila, 7. r.



$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3}{56} = \frac{5,29}{5,29} \cdot 3,14$$

$$\frac{5,29}{5,29} = \frac{15,87}{5,29} \cdot 3,14$$

Zadatak 3.

$$\frac{15,87}{5,29} \cdot 3,14 = \frac{48,3}{5,29} = 9,33 : 6$$

$$\frac{15,2}{15,2} = \frac{304}{304} = 1,3 : 6$$

- a) Izmerite površinu svake boje (crvene, narančaste, žute, zelene i plave) koristeći listićne na kojima je ispisana slika te milimetarski papir.

- b) Izračunajte koji postotak površine slike „zauzima“ svaka boja.

Površine svih kružnica jednake su. Odredilo sam središte kružnica.

$$RD = ?$$

$$PO = r \cdot r \cdot \pi$$

$$PO = 2,3 \text{ cm} \cdot 2,3 \text{ cm} \cdot 3,14$$

$$PO = 5,29 \text{ cm}^2 \cdot 3,14$$

$$PO = 16,6106 \text{ cm}^2$$

$$PO = PO : 2 = 16,6106 \text{ cm}^2 : 2 = 8,353 \text{ cm}^2$$

Predjeljile sam kružnje na dvadesetine.

$$1\Delta = PO : 12$$

$$1\Delta = 16,6106 \text{ cm}^2 : 12 = 1,38421667 \approx 1,38 \text{ cm}^2$$

$$3\Delta = 1,38 \text{ cm}^2 \cdot 3$$

$$3\Delta = 4,14 \text{ cm}^2$$

Prestočili oblik, pohvat iemo u trokut.

$$P\Delta = ?$$

$$P\Delta = \frac{a \cdot V_a}{2}$$

$$P\Delta = \frac{1,8 \text{ cm} \cdot 0,8 \text{ cm}}{2}$$

$$P\Delta = \frac{2,6 \text{ cm}^2}{2}$$

$$P\Delta = 1,3 \text{ cm}^2$$

MILA, 7.r.

Ostale su još 2 mini trokute.

$$P\Delta_1 = \frac{a \cdot V_a}{2}$$

$$P\Delta_1 = 1,2 \text{ cm} \cdot 0,2 \text{ cm}$$

$$P\Delta_2 = \frac{0,24 \text{ cm}^2}{2}$$

$$P\Delta_2 = 0,12 \text{ cm}^2$$

Uvognjenje površina:

$$PO + 3\Delta + P\Delta + P\Delta_1 + P\Delta_2$$

$$= 8,353 \text{ cm}^2 + 4,14 \text{ cm}^2 + 1,3 \text{ cm}^2 + 0,12 \text{ cm}^2 + 0,12 \text{ cm}^2$$

$$PO = 14,033 \text{ cm}^2$$

Da bих izračunala koliki postotek boje zauzimaju na skupu površini, moram 1. izračunati P slike.

$$P\square = a \cdot b$$

$$P\square = 15,2 \text{ cm} \cdot 12,8 \text{ cm}$$

$$PO = 194,56 \text{ cm}^2$$

Površina svih boja:

$$PO \cdot n$$

$$= 14,033 \text{ cm} \cdot 6 = 84,198 \text{ cm}^2$$

Crna nije boja po je ne računamo.

Postotak boja -

$$P\% \text{ od } 194,56 \text{ je } 84,198$$

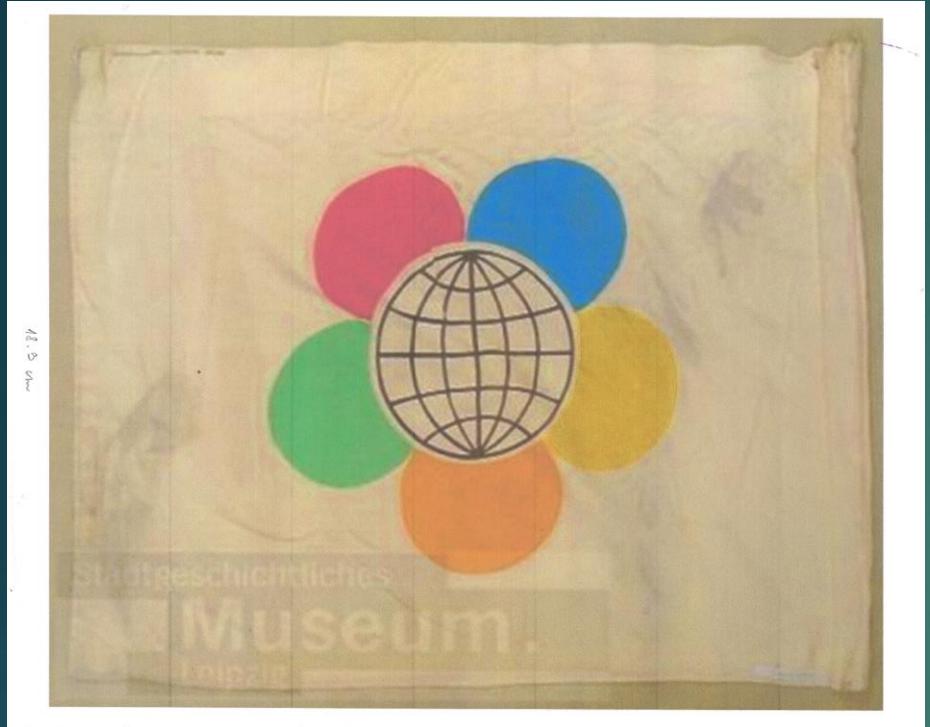
$$P\% = 194,56 = 84,198$$

$$P\% = 84,198 : 194,56$$

$$P\% = 0,432761102 \approx 43,30\%$$

MILA

$$133 : 60 =$$



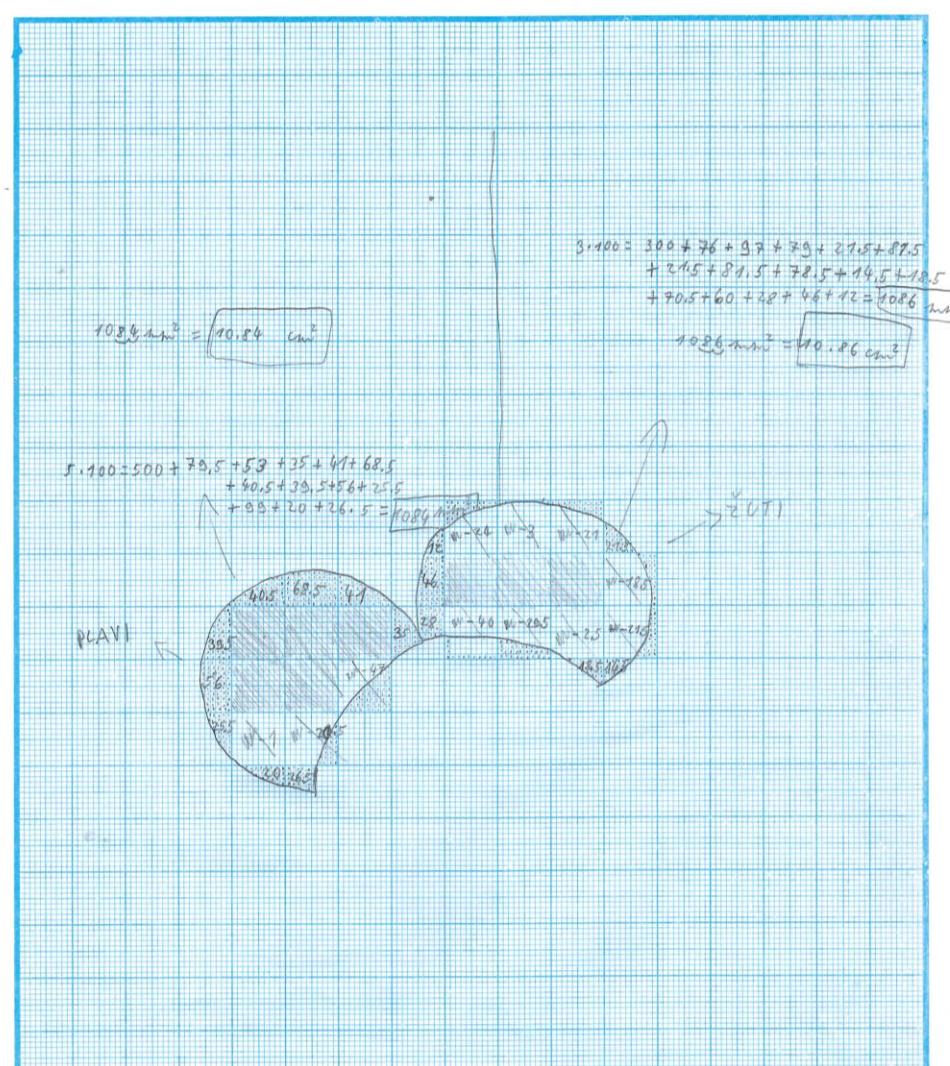
Zadatak 3.

- a) Izmjerite površinu svake boje (crvene, narančaste, žute, zelene i plave) koristeći listiće na kojima je ispisana slika te milimetarski papir.
 - b) Izračunajte koji postotak površine slike „zauzima“ svaka boja.

d) PLAVA = $10,84 \text{ cm}^2$ vUTA = $10,86 \text{ cm}^2$

$$\text{b) } \frac{P = 22.7 + 18.9}{= 429.03 \text{ cm}^2} \quad \frac{P = 10.84}{429.03} \approx 2.53\% \quad \frac{P = 10.86}{429.03} \approx 2.54\%$$

Ema, 8. r.



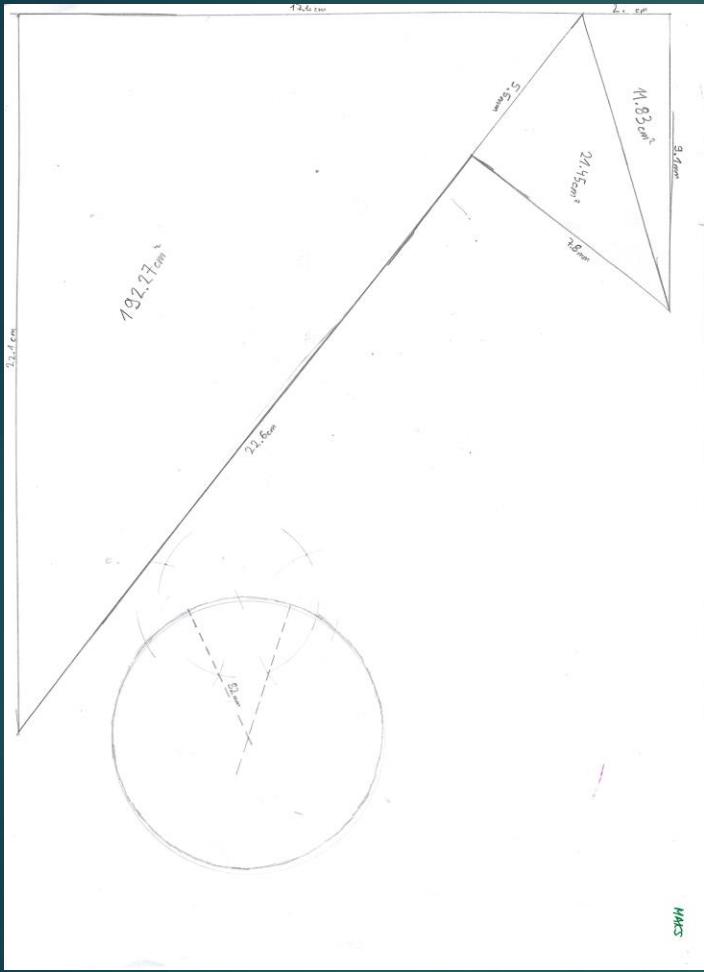
Primjeri radova



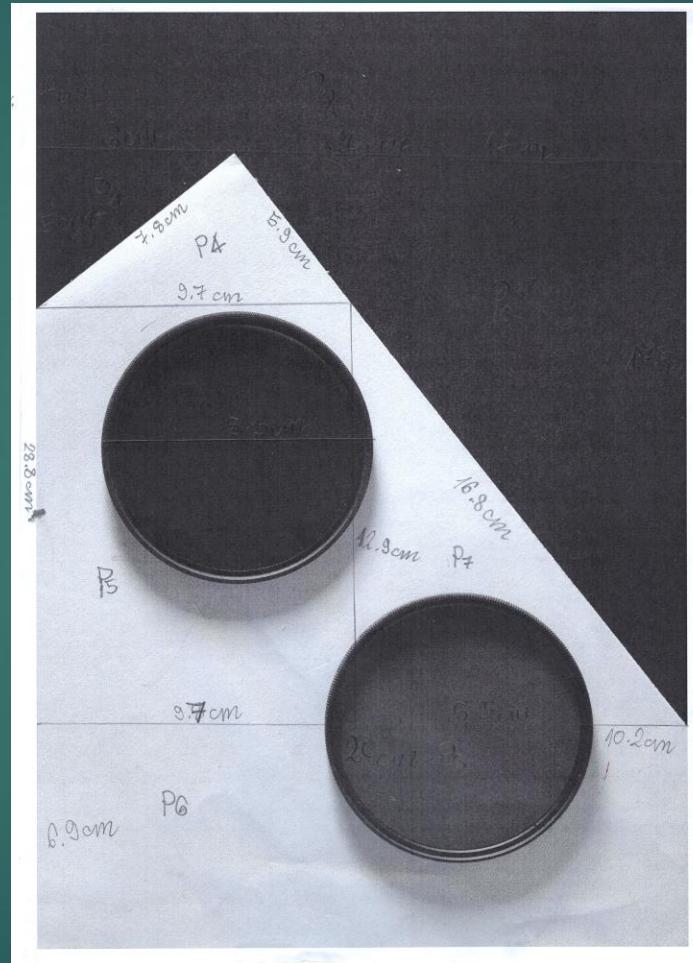
Zadatak 4.

- Odredite površine svakog dijela slike (crnog, bijelog i krugova).
- Izračunajte koji postotak površine slike „zauzima“ crna, a koji bijela boja.

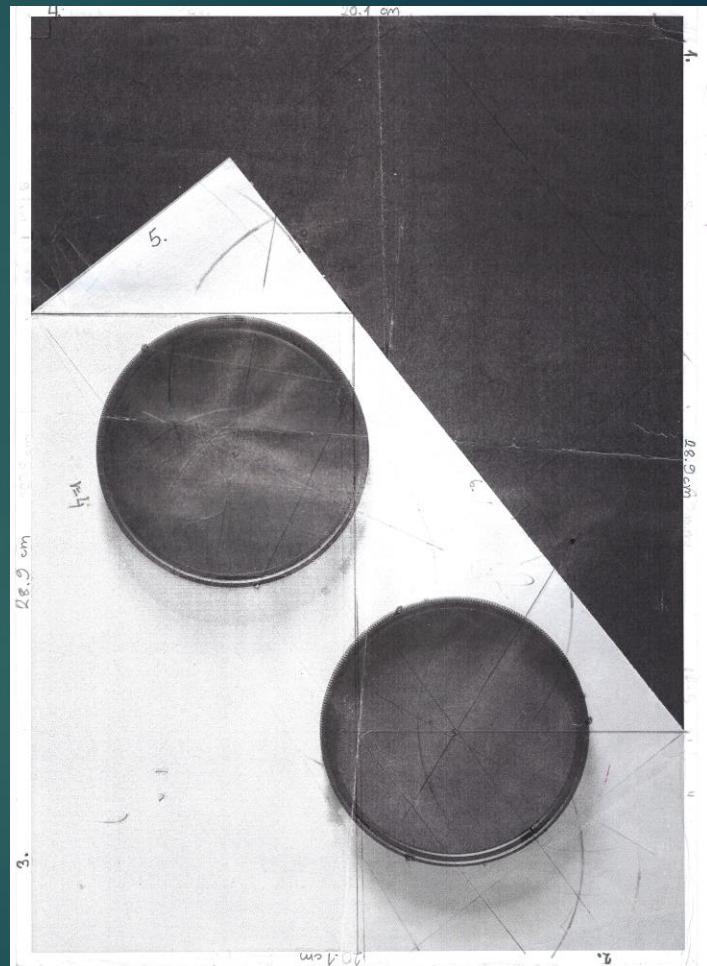
Maks, 7. r.



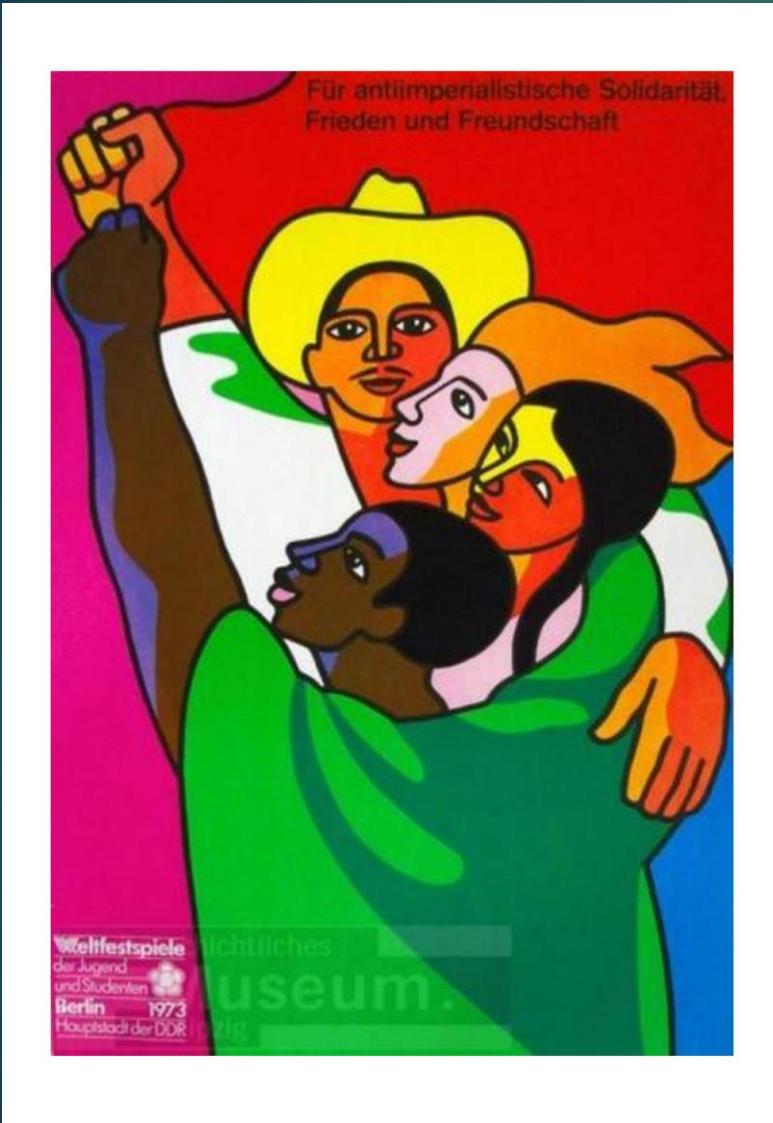
Nikša, 7. r.



Lena, 7. r.



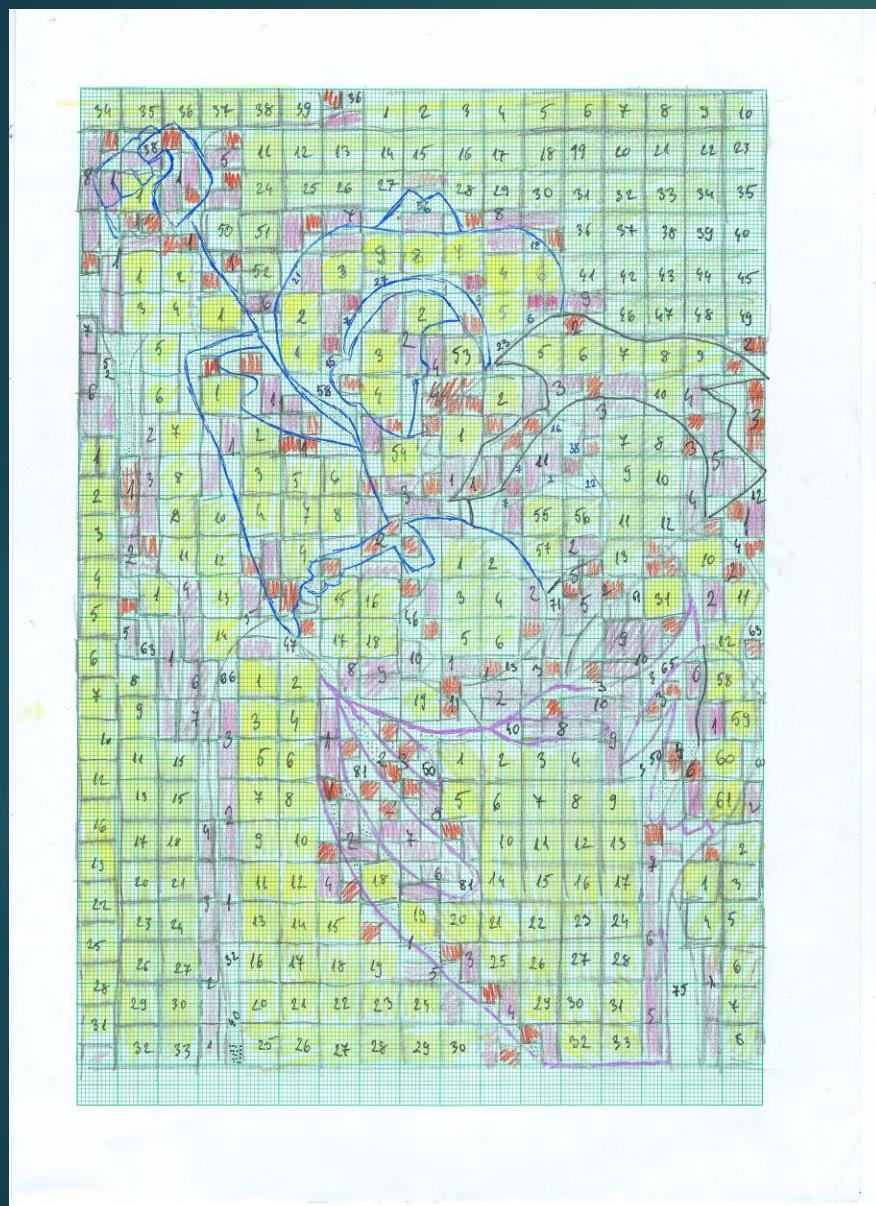
Primjeri radova



Zadatak 5.

- Odredite površinu svake boje koristeći listiće na kojima je ispisana slika.
- Izračunajte koji postotak površine slike „zauzima“ svaka boja.

Iva, 7. r.



Zadatak 5.

a) Izmjerite površinu svake boje koristeći lističe na kojima je ispisana slika te milimetarski papir.

b) Izračunajte koji postotak površine slike „zauzima“ svaka boja.

$$\begin{cases} a = 24 \text{ cm}^2 \\ b = 17 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\text{POVRŠINA CJELE SUKE : } \\ &P = ? \\ &P = a \cdot b \\ &P = 24 \text{ cm} \cdot 17 \text{ cm} \\ &P = 408 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$9 \text{ cm}^2 + 3.5 \text{ cm}^2 + 1.75 \text{ cm}^2 + 5.42 \text{ cm}^2 = 19.67 \text{ cm}^2 = \text{ŽUTA}$$

$$31 \text{ cm}^2 + 11 \text{ cm}^2 + 4 \text{ cm}^2 + 7.36 \text{ cm}^2 = 53.36 \text{ cm}^2 = \text{ZELENA} \quad (\text{sijela})$$

$$\begin{aligned} &39 \text{ cm}^2 + 8 \text{ cm}^2 + 1 \text{ cm}^2 + 1.51 \text{ cm}^2 \\ &= 49.51 \text{ cm}^2 = \text{ROZA} \quad (\text{tama}) \end{aligned}$$

$$33 \text{ cm}^2 + 10 \text{ cm}^2 + 3.50 \text{ cm}^2 + 3.65 \text{ cm}^2 = 50.15 \text{ cm}^2 = \text{ZELENA} \quad (\text{tama})$$

$$\begin{aligned} &61 \text{ cm}^2 + 9 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 + 1 \text{ cm}^2 = 77 \text{ cm}^2 \\ &0.38 + 0.38 + 1 + 1 + 1 = \text{nešto točkovi CRVENE} \\ &= 80.46 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$8 \text{ cm}^2 + 2 \text{ cm}^2 + 0.25 \text{ cm}^2 + 0.92 \text{ cm}^2 + 1.11 \text{ cm}^2 = 12.28 \text{ cm}^2 = \text{PLAVA} \quad (\text{sijela})$$

$$12 \text{ cm}^2 + 2 \text{ cm}^2 + 2 \text{ cm}^2 + 1 \text{ cm}^2 = 17 \text{ cm}^2 = \text{BIJELA}$$

$$13 \text{ cm}^2 + 5.5 \text{ cm}^2 + 3 \text{ cm}^2 + 9.56 \text{ cm}^2 = 24.06 \text{ cm}^2 = \text{CRNA}$$

$$10 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 + 4 \text{ cm}^2 + 0.65 \text{ cm}^2 + 2 \text{ cm}^2 + 0.60 \text{ cm}^2 + 0.33 \text{ cm}^2 = 23.64 \text{ cm}^2 = \text{NARANČASTA}$$

$$1 \text{ cm}^2 + 2 \text{ cm}^2 + 2 \text{ cm}^2 + 1.81 \text{ cm}^2 + 0.18 \text{ cm}^2 = 7.01 \text{ cm}^2 = \text{PLAVA}$$

$$11 \text{ cm}^2 + 11 \text{ cm}^2 = 30 \text{ cm}^2 = \text{SMEĐA}$$

$$\begin{aligned} &\text{UKUPNO : } 375.32 - \text{yju nije} \\ &\text{točko do kružnica jer nisam ultra} \\ &\text{precizno brojala milimetre kvadratne} \\ &\text{- od ovog će broja} \\ &\text{vraćenati učinio} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{postotak površine koju zauzima} \\ &\text{svaku boju} \end{aligned}$$

$$\text{Yellow} = 5.2\%$$

$$\text{Green} = 6.2\%$$

$$\text{Blue} = 7.9\%$$

$$\text{Red} = 2.1\%$$

$$\text{Purple} = 13.1\%$$

$$\text{Pink} = 21.5\%$$

$$\text{Black} = 14.2\%$$

$$\text{White} = 1.8\%$$

$$\text{Grey} = 3.2\%$$

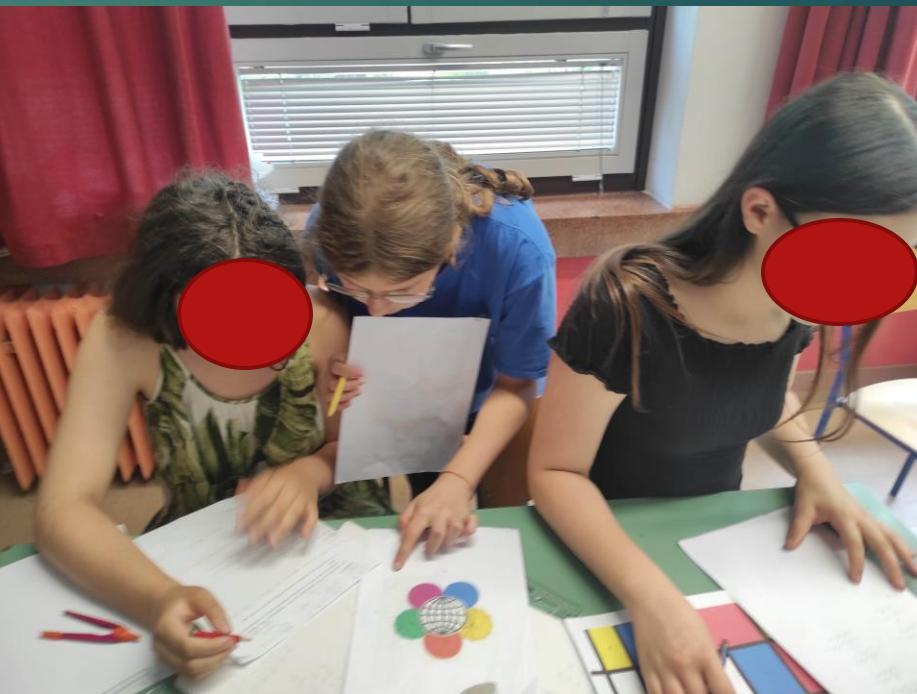
$$\text{Orange} = 19.3\%$$

Klara, 7. r.



Magdalena, 8. r.





Zaključak - što smo naučili?

Pojam površine uglavnom je zahtjevan, ali i oni učenici koji su najslabiji u matematici shvaćaju njegovu važnost - povezanost s drugim predmetima i sa situacijama iz svakodnevnog života. Slično je i s pojmovima omjera i postotka, pogotovo u vezi s drugim predmetima.

$$0.24 = 0.24 \cdot 100 = 24\% \text{ ???}$$

Bavljenje pojmovima površine, omjera, postotka, procjene veličine na primjerima umjetničkih djela povezuju se tako zahtjevni matematički i fizički pojmovi sa ljudskim aktivnostima u kojima ih možda i ne bismo očekivali.

Radom u homogenim grupama i na zadatcima različite zahtjevnosti omogućuje se svim učenicima da usvoje barem temeljne ishode propisane kurikulima predmeta Matematika i Fizika.

Različitim aktivnostima potiče se razvijanje više vještina za 21. stoljeće kod učenika: kritičko mišljenje, komunikaciju, suradnju, kreativnost.

Poveznice

European Schoolnet Academy

Europeana

<https://teachwithEuropeana.eun.org/learning-scenarios/mathematics-in-art-en-cur-141/>

Kahoot - postotci u umjetnosti

Evaluacijski listič

<https://bit.ly/MathinArt>



Hvala na pažnji!