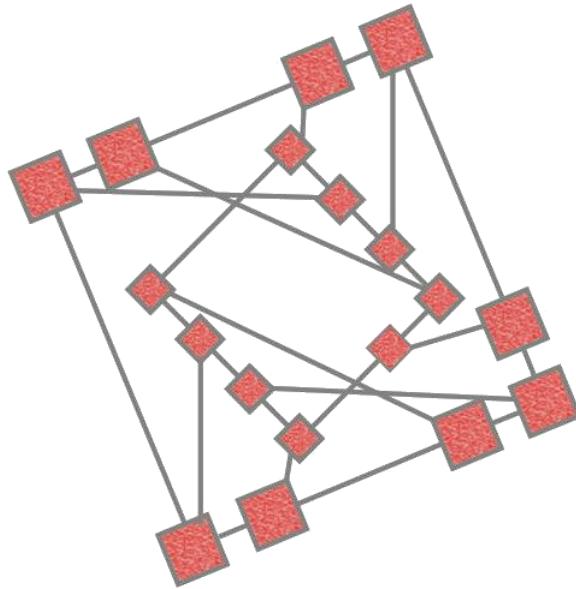


HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO



9. KONGRES NASTAVNIKA MATEMATIKE REPUBLIKE HRVATSKE

Zagreb, 5. – 6. srpnja 2022.

SEKCIJA SREDNJIH ŠKOLA

PROBLEMI S DRUGIM KORIJENOM

Jelenka Anić, Sanja Antoliš, Maja Đerek, Jelena Kos, Vesna Ovčina, Danijela Protega

janic@mioc.hr, santolis@mioc.hr, mderek@mioc.hr, jkos@mioc.hr, vovcina@mioc.hr,
dprotega@mioc.hr

XV. gimnazija, Zagreb

Tim nastavnica iz XV. gimnazije sudjelovalo je u Erasmus+ projektu TIME. U sklopu projektnih aktivnosti nastavnice su, primjenjujući metodologiju Lesson Study (Studija nastavnog sata), birale teme od interesa i provodile matematičku i didaktičku analizu odabrane teme. Napisani su scenariji za studijske sate koji su održani pred promatračima, a nakon njih provedena je rasprava.

Tim je odabrao temu: Drugi korijen iz nenegativnog realnog broja i funkcija drugog korijena. Analiziran je pristup temi kroz proučavanje Kurikuluma za nastavni predmet matematike, ishoda i zadataka na Državnoj maturi, domaćih i stranih udžbenika, povijesnog razvoja pojma drugog korijena, metodičkog pristupa na nastavničkim studijima matematike i stručnim radovima vezanima uz temu. Na osnovi proučenog materijala tim je zaključio da učenici imaju problema s razlikovanjem drugog korijena iz nenegativnog realnog broja kao jedinstvenog nenegativnog realnog broja i rješenja kvadratne jednadžbe $x^2 = a$. Također, na funkcijskoj razini, problem je u određivanju inverzne funkcije u situaciji kad zadana funkcija, u ovom slučaju kvadratna $f(x) = x^2$, nije injektivna.

Kako bi pridonio boljem razumijevanju pojma drugog korijena i funkcije drugog korijena, tim je izradio scenarije za tri nastavne jedinice. U prvom se scenariju na modelu realne situacije učenike vodi prema pojmu restrikcije domene kao jednog od preuvjetova definiranja inverzne funkcije. U drugom učenici definiraju drugi korijen iz nenegativnog realnog broja i uočavanju razlike između drugog korijena i rješenja kvadratne jednadžbe $x^2 = a$. Treći se scenarij odnosi na modeliranje realne situacije funkcijom drugog korijena.

Na radionici će sudionici proučiti scenarije i istražiti moguće načine na koje učenici mogu doći do rješenja. Tim će predstaviti rezultate dobivene u provedbi scenarija, a sudionici radionice o njima će provesti diskusiju.

Ključne riječi: drugi korijen, funkcija drugog korijena, scenarij

Literatura:

<https://time-project.eu/> (10. 6. 2022.)

https://www.researchgate.net/publication/330041609_On_a_definitional_understanding_of_the_root_concept (10. 6. 2022.)

Matematika u funkciji financijske pismenosti

Matija Bašić, Željka Milin Šipuš

mbasic@math.hr, milin@math.hr

Matematički odsjek, Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb

Ekonomski i financijski pismenost dio su međupredmetne teme Poduzetništvo, a mogu se razvijati vrlo uspješno unutar nastave matematike. Vještine upravljanja osobnim financijama i stavovi vezani uz poduzetničku djelatnost koji se pritom razvijaju nisu važni na formalnom akademskom nivou, već su od velike važnosti za svakog pojedinca u svakodnevnom životu.

U sklopu ovog priopćenja želimo prikazati izbor tema koje su prikladne za učenička istraživanja i otkriće temeljnih matematičkih koncepata kroz kontekste koje srećemo u ekonomiji i svakodnevnim upravljanjem financijama. Ključnu ulogu ima kontekst iz kojeg matematika prirodno izvire, a istovremeno omogućuje razvoj financijske pismenosti učenika. Prikazane aktivnosti dio su projekta „Matematika u funkciji financijske pismenosti“ koji će uključiti studente nastavničkih smjerova i studente financijske matematike na Matematičkom odsjeku PMF-a, a provest će se u suradnji s HMD-om, Udrugom Štedopis i Addiko bankom.

Ključne riječi: financijska pismenost, istraživački usmjerena nastava matematike, smislen

Literatura:

1. Winslow, C. i dr. (2017): MERIA Praktični vodič za istraživački usmjerenu nastavu matematike, HMD, Zagreb
2. MERIA scenarij: Oglas za posao (2018), https://meria-project.eu/sites/default/files/2019-09/Job_advertisement_HRV.pdf
3. M. Ivanov, D. Barbić, A. Lučić (2019), Moj nova, moja budućnost, Štedopis, Zagreb
4. Zašto ovo nismo učili u školi, Addiko Bank Hrvatska, Zagreb,
<https://www.addiko.hr/financijska-pismenost/>

PRIMJENA KLASTERSKE ANALIZE U IDENTIFIKACIJI I ANALIZI POTEŠKOĆA U NASTAVI MATEMATIKE

Angela Bašić-Šiško, Ivan Dražić, Valentino Marković

abasicsisko@riteh.hr, idrazic@riteh.hr, vmarkovic@riteh.hr

Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet

Hibridni oblici održavanja nastave u kojima se kombinira tradicionalni kontaktni pristup s elementima online učenja sve se češće primjenjuje u suvremenoj nastavi matematike. Takav pristup omogućava zadržavanje socijalnog aspekta tradicionalnog pristupa obrazovanju koji je nemoguće u potpunosti ostvariti online, a s druge strane omogućava primjenu novih tehnologija i metoda poučavanja poput obrnute učionice i sveprisutnog učenja (Ross, Gage, 2006).

Svima je jasno da je matematika ključna sastavnica STEM obrazovanja koje se danas smatra pokretačem napretka društva i kao takva zaslužuje najbolje i najmodernije pristupe obrazovanju, a razvoj znanosti i tehnologije zahtijeva sve češće i sve veće zahvate u matematičkom kurikulumu, kako na sadržajnoj, tako i na metodičkoj razini. Ono što se događa u industriji, odnosno četvrta industrijska revolucija, mora imati odgovarajući utjecaj na obrazovanje i moderno poučavanje, što je koncept poznat kao Obrazovanje 4.0 (Dražić, Čotić Poturić, Marković, 2022).

Dok tradicionalni pristup učenju daje vrlo ograničenu količinu podataka o nastavnom procesu, online platforme za e-učenje koje su integralni dio hibridnih kolegija, nepresušan su izvor podataka idealnih za različitu vrstu analiza. Većina platformi za e-učenje u sebi ima integrirane alate za obradu podataka, ali najčešće se radi o jednostavnoj statističkoj analizi koja pruža vrlo sužen pogled na stvarno stanje. Štoviše, pojašnjenja dobivenih rezultata ili smjernice nastavnicima za daljnje djelovanje gotovo su nepostojеće. Stoga se i u hibridnoj nastavi dinamička prilagodba pristupa nastavi događa gotovo isključivo na temelju intuicije i subjektivnog doživljaja sudionika, a neka dublja analiza uglavnom je retrospektivna.

Velike količine podataka dostupne u sklopu platformi za e-učenje moguće je efikasno iskoristiti na dobrobit nastavnog procesa korištenjem različitih naprednih metoda obrade podataka (Thille, Schneider, Kizilcec, Piech, Halawa, Greene, 2014). U ovom radu prikazana je upotreba klasterske analize na podatcima iz platforme Moodle na kojoj se temelje glavni sustavi za e-učenje u hrvatskom obrazovnom sustavu (Dražić, Črnjarić-Žic, Bašić-Šiško, 2022). Pritom se pažnja pridaje interpretaciji dobivenih rezultata i odgovarajućim smjernicama za postupanje, a fokus je stavljen na identifikaciju ključnih faktora u procesu podučavanja i detektiranje njegovih slabih točaka te pripadno grupiranje učenika u vidu primjene različitih pedagoško-

didaktičkih intervencijskih postupaka. Drugim riječima, dobiva se alat kojim vrlo brzo i nadasve objektivno možemo detektirati probleme i poteškoće te odgovarajućim postupcima na njih promptno djelovati, što nesumnjivo poboljšava kvalitetu nastave.

Ključne riječi: klasterska analiza, platforme za e-učenje

Literatura:

1. Dražić, I., Čotić Poturić, V., Marković, V. (2022): An example of the process of hybridising a mathematics course at a STEM oriented higher education institution, INTED2022 Proceedings, str. 9243-9247.
2. Dražić, I., Črnjarić-Žic, N., Bašić-Šiško, A. (2022): Possibilities of applying data-driven algorithms to improve hybrid education systems, INTED2022 Proceedings, str. 9155-9160.
3. Ross, B., Gage, K. (2006): Global perspectives on blending learning, The Handbook of Blended Learning, Bank, JC, Graham and RC, Eds., str. 155-168.
4. Thille, C., Schneider, E., Kizilcec, R.F., Piech, C., Halawa, S.A., Greene, D.K. (2014): The Future of Data-Enriched Assessment, Research & Practice in Assessment, br. 9, str. 5-16.

IMAJU LI PODATCI SMISLA?

Ivan Benić, mag. educ. math. et info.

ivan.benic2@skole.hr

Elektrotehnička i ekonomска škola Nova Gradiška

Kurikulumom nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije te za srednje strukovne škole na razini 4.2. u nastavu matematike uvedeni su Podatci, statistika i vjerojatnost kao jedno od područja poučavanja. Domena Podatci, statistika i vjerojatnost bavi se prikupljanjem, razvrstavanjem, obradom, analizom i prikazivanjem podataka u odgovarajućem obliku. U današnje je vrijeme od iznimne važnosti vertikalno razvijanje matematičke pismenosti kod učenika tijekom školovanja te razvijanje kritičkog mišljenja i ispravne interpretacije podataka koje nam mediji, različiti instituti za društvena istraživanja te agencije za istraživanja tržišta i javnog mišljenja svakodnevno prikazuju.

U ovom je radu prikazan način na koji se u praksi, kroz projektnu nastavu, mogu ostvariti ishodi nastavne cjeline Podatci. Uz odmak od udžbenika i frontalne nastave matematike, poseban je naglasak stavljen na matematiku izvan učionice, modeliranje problema te ispravno interpretiranje i smislenost dobivenih rezultata tijekom provođenja projekta.

Učenici su, podijeljeni u parove, birali između dvadesetak ponuđenih zadataka (analiza inicijalnih mjeranja na nastavi TZK, analiza srednjih dnevnih temperatura, analiza popisa stanovništva, analiza prosječne plaće u Hrvatskoj i sl.). Podatke su prikupili samostalno te ih obradili uz pomoć tehnologije, a za dobivene rezultate koristili su odgovarajući prikaz. Sve dobivene rezultate i prikaze učenici su interpretirali i opisali riječima pazеći pritom na matematički jezik i komunikaciju. Nakon javne prezentacije podataka učenici su međusobno vrednovali radove vodeći računa o ključnim pitanjima: *Jesu li u prezentaciji korišteni odgovarajući prikazi podataka? Jesu li podatci korektno obrađeni? Jesu li prilikom obrade podataka izračunati svi smisleni statistički parametri (aritmetička sredina, mod, medijan, kvartili, standardna devijacija...)? Jesu li statistički parametri ispravno interpretirani? Jesu li učenici prilikom prezentacije korektno koristili matematički jezik? Jesu li svi dobiveni podatci smisleno interpretirani?* S obzirom na prirodu zadatka i način obrade ove nastavne cjeline, projektni zadatak moguće je vrednovati po sva tri elementa vrednovanja opisana Kurikulumom.

Projekt je pokazao da su stavljanjem matematike u svakodnevni, konkretni kontekst, učenici koji inače postižu lošije rezultate na redovnoj nastavi značajno više motivirani za rad. Nadalje, i učenici s teškoćama u učenju ostvarili su bolji ishod od očekivanog, a podatke su prikazali na njima prihvatljiv i razumljiv, ali i, što je najvažnije, matematički korektan način.

Ključne riječi: podatci, projektna nastava

Literatura:

1. Kurikulumi nastavnih predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije i Matematika za srednje strukovne škole na razini 4.2.

ČITANJE S RAZUMIJEVANJEM MATEMATIČKOGA TEKSTA

Mirela Brumec

mirela.brumec@skole.hr

Medicinska škola Varaždin

Radeći u strukovnoj školi koja ne obiluje velikom satnicom matematike, često se borim s pitanjem koliko vremena treba posvetiti dokazivanju poučaka u nastavi. S druge strane, svakodnevno nailazim na problem nerazumijevanja pročitanog teksta (od teksta zadatka do površnog čitanja i zaključivanja o matematičkim sadržajima). Pokušavajući pomiriti ova dva problema, odlučila sam s učenicima provesti strategijsko čitanje za dokaz iracionalnosti korijena iz 2.

Čudina-Obradović [2] strategijskim čitačima smatra one koji predviđaju razvoj teksta na temelju naslova, podnaslova i slika; aktiviraju prethodno znanje o temi teksta; povezuju sadržaj teksta sa svojim prijašnjim i općim znanjem o svijetu; postavljaju si pitanja o onome što čitaju i traže odgovore; zamišljaju mjesto, likove i zbivanja; traže glavnu misao i daju osobnu interpretaciju; ne čitaju linearно (nego se vraćaju na pročitani dio i prelaze na još nepročitani); mijenjaju brzinu čitanja ovisno o tome što im je važno u tekstu; provjeravaju razumijevanje i popravljaju smisao; istovremeno koriste nekoliko strategija razumijevanja; imaju jasnu sliku cjeline i značenja teksta; postižu puno razumijevanje teksta; razumijevanje pokazuju postavljanjem pitanja visoke misaone složenosti.

Strategijsko čitanje kao i metodu postupnog prenošenja odgovornosti (nastavnik demonstrira primjenu neke strategije, objasni što i zašto nešto radi; zatim nadgleda, usmjerava i po potrebi ispravlja učenike; nakon vođene vježbe učenici samostalno uvježbaju strategiju) uvježbavali smo na kraćim tekstovima iz udžbenika. Samostalnu provedbu strategijskog čitanja provela sam s učenicima 1. razreda SŠ na tekstu *Hipasus protiv Pitagore ili o kvadratnom korijenu iz 2* autorice F.M. Brückler [1].

Kao rezultat ove provedbe nastali su koraci koji su mi postali dobar vodič u strategijskom čitanju u matematici te učenički radovi na temu matematičkog dvoboja Hipasusa i Pitagore.

Strategijsko čitanje pozitivno je povezano s razumijevanjem pri čitanju i uspješnim učenjem (Alexander & Jetton, 2000.; Pressley, 2000; prema Kolić Vehovec [3]) pa smatram da ga treba ugraditi i u nastavu matematiku.

Ključne riječi: dokaz, kvadratni korijen iz 2, strategijsko čitanje

Literatura:

1. Brückler, F. M. (2011.), Matematički dvoboji, Školska knjiga, Zagreb
2. Čudina-Obradović, M. (2014) Psihologija čitanja – Od motivacije do razumijevanja, Golden marketing - Tehnička knjiga, Zagreb
3. Kolić-Vehovec, S. (2013) Kognitivni i metakognitivni aspekti čitanja. U: Mićanić, M. (ur.) Čitanje za školu i život.
https://issuu.com/knjiznicar/docs/citanje_compressed/s/11521746, 19.04.2022.

eTwinning projekt: Matematika u svakodnevnom životu (Everyday Math)

Maja Carević

novakovic.maja@gmail.com, maja.novakovic@skole.hr

Srednja škola Jelkovec, Sesvete

Znanstveno je dokazano da motivacija za učenje raste ako vidimo primjenu naučenog u svakodnevnom životu. Cilj eTwinning projekta Everyday Math bio je upravo taj – zainteresirati učenike za matematiku kroz zanimljive primjere iz svakodnevnog života te rad u nacionalnim i internacionalnim timovima.

Projekt je započeo proučavanjem teselacija kao motivacijom za izradu loga projekta. Nastavio se kroz proučavanje funkcija, izradu e-knjige „Igrajte se s nama – matematika je zabavna!“, provedbu ankete o utjecaju pandemije na učenje i statističku obradu podataka ankete te, na kraju, izradu jednostavnih matematičkih materijala.

Obradi funkcija možemo pristupiti kroz mini projekte koristeći Wakelet. Učenici su podijeljeni u grupe te dobivaju problem koji trebaju riješiti. Primjeri zadataka za učenike: gorenje svijeće, hlađenje šalice čaja, štednja, plaćanje parkiranja, plaćanje taksi vožnje, slobodni pad loptice, Kondratijev ciklus, Cezarova šifra, broj stanovnika neke zemlje, cijena poštanskih usluga... Učenici prvo istražuju teorijsku pozadinu problema, razmišljaju je li problem povezan s nekim drugim predmetom te rade plan kako problem riješiti. Zatim kreću sa samim rješavanjem problema koji može uključiti jednostavne pokuse s mjerjenjima. Razmatraju koja bi funkcija mogla modelirati zadani problem. Wakelet služi za organizaciju sadržaja (slika, članaka, linkova) kao kolekciju zapisa koji se mogu dijeliti s drugim sudionicima za zajedničko uređivanje ili prezentiranje.

Kako su pandemija i učenje na daljinu utjecali na učenje i psihu učenika - pitanje je na koje smo željeli dobiti odgovor. Kako bi ga dobili, učenici su koristili znanstvenu metodu. Nakon definiranja problema (pitanja) skupili su informacije o problemu te postavili dvije hipoteze. Nakon provedbe ankete analizirali su je, statistički obradili podatke i objavili rezultate. Kod statističke obrade ankete učenici se upoznaju s pojmovima poput medijan, mod, varijanca, standardna devijacija... Također, učenici povezuju programiranje s matematikom tako da statističke funkcije implementiraju u programskom jeziku C.

Više o samom eTwinning projektu Matematika u svakodnevnom životu (Everyday Math) možete pročitati u nastavku.

Projekt je započeo u rujnu 2021., a završio u travnju 2022. godine. Sudjelovali su nastavnici matematike i učenici srednjoškolskog uzrasta iz Turske, Slovačke, Češke, Francuske Gvajane, Portugala i Hrvatske.

Provedene su ulazne i izlazne ankete za učenike. 79 % učenika prvi je put sudjelovalo u eTwinning projektu; njih 95 % smatra da je projekt bio zanimljiv, a 69 % učenika smatra da su aktivnosti i zadatci u projektu bili srednje težine. Nadalje, učenici su saznali neke nove informacije o zemljama partnerima, poboljšali su svoje znanje engleskog jezika, proširili svoja znanja o Web 2.0 alatima (Canva, Wakelet, Vocaroo, Padlet, Google Forms,...) te programiranju u programskom jeziku C. Time je cilj projekta ostvaren – učenici su kroz različite aktivnosti vidjeli primjenu matematike (i programiranja) u svakodnevnom životu, razvijali kreativnost i logičko mišljenje, radili u timovima te unaprjeđivali svoje komunikacijske i socijalne vještine.

Ključne riječi: eTwinning, Web 2.0 alati

Literatura:

1. https://issuu.com/monikapolanska/docs/play_with_us_math_is_fun_e-book_1
(20.4.2022.)

GLEDAMO GRAFOVE

Milena Ćulav Markičević

milena.culav@skole.hr

V. gimnazija, Zagreb

Funkcije zauzimaju ogroman postotak srednjoškolskog gradiva. Zapisujemo njihova pravila pridruživanja, komentiramo domene, kodomene i slike, raspravljamo jesu li bijekcije, monotone, ograničene, periodične, parne te kako ta svojstva utječu na njihove grafove. Nekima određujemo inverze, a neke slažemo. Nalazimo njihove nultočke, ekstreme, točke infleksije. Modeliramo funkcijama i tako rješavamo matematičke probleme i probleme iz stvarnog života.

No, zašto toliko učimo o funkcijama? Vidimo li ih oko sebe? Što je uopće taj graf? Što mislite da priču o funkcijama, odmah u prvom razredu srednje škole, počnemo pretakanjem svakodnevnice u grafove? Možemo li postići da učenici, gledajući oko sebe, vide grafove? Možemo li smislenom kontekstu dati motivacijsku ulogu?

Na ovoj radionici pogledajte kako se učenike može uvesti u svijet funkcija gledajući video-isječke svakodnevnih scena (spuštanje niz tobogan, vrtnja na vrtuljku, uzimanje jaja iz kutije...). Gledajući video učenici opisuju ovisnost dviju veličina prvo grafom, a kasnije i pravilom pridruživanja (za po dijelovima linearu funkciju). Svoje hipoteze učenici odmah samostalno vrednuju, a nastavnici dobiju uvid u razmišljanja svakog učenika u razredu. Završit ćemo igrom izazova u kojoj učenici kreiraju zadatak za ostale učenike u razredu, a zatim pokušavaju riješiti što više zadanih zadataka.

U svemu navedenom nastavnicima i učenicima pomaže digitalni alat Desmos (desmos.com) koji se razvio u puno više od besplatnog mrežnog grafičkog kalkulatora. On nudi velik broj gotovih aktivnosti koje su otvorene prilagodbi i nadogradnji, a stvarane su za stvarne nastavnike, stvarne učenike i stvarne učionice. Koristan je za učinkovito upravljanje razredom tijekom sata održavamo li ga uživo ili *online*.

Donosim osobna iskustva nakon održavanja ovakvog sata u tri prva razreda kroz dvije školske godine. Dovoljno je reći da isto planiram činiti i s budućim prvašićima. Desmos koristim često, bilo za brzu demonstraciju na satu, samostalno istraživanje učenika, promišljanja i rasprave ili vođene aktivnosti različitih trajanja, s različitim ciljevima. Alat je zaista bogat, pristupačan i konstantno se razvija. Ovom radionicom želim demonstrirati neke njegove čari.

Ključne riječi: Desmos, funkcije, grafovi

MODELIRANJE UČENIKA U STRUKOVNOJ ŠKOLI

Draga Dolenec-Gashi

draga.dolenec-gashi@skole.hr, draga.dolenecgashi@gmail.com

Škola za grafiku, dizajn i medijsku produkciju

Učenici koje poučavam nisu upisali srednju školu s namjerom da što bolje usvoje nastavne sadržaje iz matematike, nego im je prioritet steći upisanu strukovnu kvalifikaciju te po mogućnosti nastaviti daljnje obrazovanje koje nije usko vezano uz stjecanje matematičkih kompetencija. Iz tih razloga nastojim na različite načine motivirati učenike da u svoje slobodno vrijeme proučavaju i stvaraju sadržaje koji im dodatno pomažu u svladavanju pojedinih obrazovnih ishoda iz matematike.

Nekoliko puta godišnje učenicima dajem zadatak da samostalno osmišljavaju i realiziraju projektne zadatke kojima pokazuju stupanj usvojenosti zadanih obrazovnih ishoda. Uz osmišljavanje vlastite problemske situacije učenik treba riješiti zadatke i pritom opisati postupak rješavanja.

Budući da učenici u strukovnim predmetima koriste različite računalne programe i video-kamere, potičem ih da ih koriste i za projekte. Učenici izrađuju prikladne ilustracije, animacije i video-uratke kojima dodatno pojašnjavaju, a ponekad i rješavaju problemsku situaciju.

Učenici za izradu projektnog zadatka trebaju istraživati različite izvore kako bi dobili i realizirali vlastitu ideju.

Ovakav način rada osobito je koristan kada se nastava odvija po C modelu ili je učenik dulji period opravdano odsutan s nastave.

Već od početka srednjoškolskog obrazovanja, a radi bolje motivacije, obrazovne ishode kroz razgovor povezujem s rješavanjem problema u različitim životnim situacijama. Učenici računaju nove cijene proizvoda i usluga nakon poskupljenja ili pojeftinjenja te sami istražuju i rješavaju konkretnе primjere. Istražuju koja funkcija opisuje problemsku situaciju zadalu linearnom ili kvadratnom vezom ili iz grafa funkcije osmišljavaju problemsku situaciju koju bi on mogao opisati. Osmišljavaju i problemsku situaciju kojom bi mogli opisati zadalu jednadžbu, nejednadžbu ili sustav. Istražuju najbolju poziciju koja bi bila jednakо udaljena od dva ili tri konkretna mjesta, a uporabom omjera računaju udaljenosti i mjere kutova koje ne mogu izmjeriti. Točnost dobivenih vrijednosti provjeravaju smislenom procjenom, istraživanjem na Google mapama ili uporabom GeoGebre. Različite problemske situacije mogu se osmislati i za primjenu poučka o sinusima i poučka o kosinusu, računanje nepoznatih

elemenata u geometriji prostora, trigonometrijske funkcije, pravac i kružnicu, aritmetički i geometrijski niz, primjenu derivacije...

Prilikom zadavanja projektnog zadatka učenike je potrebno upoznati s načinima i kriterijima vrednovanja koji uz točnost ovise i o raznovrsnosti i složenosti projektnog zadatka (na satu je potrebno pojasniti rubriku za ocjenjivanje).

Projektni zadatak trebao bi obuhvatiti sve dijelove zadanog ishoda, a na vrednovanje utječe razina na kojoj su zadatci zadani, riješeni i objašnjeni.

Učenik može biti vrednovan kroz dva (matematička komunikacija i rješavanje problema), a ponekad i kroz sva tri elementa ocjenjivanja.

Takav način vrednovanja zahtjeva mnogo truda i vremena učenika i profesora. Smatram da učenik nakon kvalitetno odrađenog projekta dobiva trajno znanje koje može koristiti u različitim situacijama. Čitajući ili slušajući ideje realizirane kroz projektne zadatke profesor osjeća veliko zadovoljstvo jer unatoč tome što učenici „baš i ne vole matematiku“ često osmisle i riješe vrlo originalne zadatke.

U svome izlaganju pokazat će neke projektne zadatke svojih učenika.

Ključne riječi: projektni zadatak, rješavanje zadataka, vrednovanje

Literatura:

1. Dolenc-Gashi, D. (2021): YouTube MATEMATIČKI POLIGON

Poveznica na kanal: <https://www.youtube.com/channel/UCAfmbIseTy4EpIt8o9xwvjQ>

2. Projektni zadatci učenika

3D modeliranje u nastavi matematike

Bosiljko Đerek, prof. savjetnik matematike i fizike

bosiljko.derek@skole.hr

Osnovna Škola Središće

Neizostavan dio kurikuluma matematike je proučavanje prostora, planimetrija. Planimetrijom se bavimo kroz razlike razrede osnovne i srednje škole, proširujući znanje iz razreda u razred.

Međutim, učenici prečesto imaju poteškoća vidjeti zbog čega je taj dio matematike toliko bitan, zbog čega je toliko važno baviti se planimetrijom. To posebno dolazi do izražaja u dijelu kada se bavimo točkama, pravcima i ravninama u prostoru. Taj dio obično završava šarenilom u učeničkim bilježnicama, iscrtavanjem i bojenjem različitih prizmi, kocki i kvadara, te isticanjem pravaca i ravnina koje pripadaju različitim bridovima, tj. stranama nekog geometrijskog objekta. Učenicima je to sve zabavno, ali se na kraju uvijek pitaju čemu sve to, u čemu je smisao ovoga što radimo.

Tipičan složeniji zadatak u ovoj cjelini zadatak je u kojemu tražimo udaljenost točaka u prostoru (s iste i s različitih strana ravnine).

Na ovoj radionici pokazat ćemo kako se na jednostavan način u kurikulum matematike može ukomponirati projektna nastava, te kako se pomoću elemenata 3D modeliranja može dati smisao onome što radimo na uobičajenim satima matematike u kojima se bavimo planimetrijom i geometrijom prostora.

Sudionici radionice naučit će:

1. koristiti se besplatnim programima za 3D modeliranje (SketchUp i Thinkercad)
2. kako započeti projektnu aktivnost sa svojim učenicima
3. kako projektnu aktivnost ugraditi u svoj uobičajeni kurikulum
4. kako u svojoj školi doći do 3D printer-a
5. kako objekte modelirane u nekom od 3D programa pripremiti za print pomoću 3D printer-a
6. kako 3D modele koje su izradili njihovi učenici smjestiti u neki od metaverse 3D svjetova

Na kraju radionice planirana je diskusija o viđenome, te razgovor o idejama za daljnje korištenje 3D programa u nastavi matematike.

Sudionici radionice moraju imati računalo i pristup internetu.

Ključne riječi: 3D modeliranje, 3D programi, Metaverse, 3D ispis, planimetrija, osnovna škola

Literatura:

1. Kovačević, Nikolina; Jurkin, Ema (2013): Geometrija u svijetu 3D modeliranja, Poučak : časopis za metodiku i nastavu matematike, Vol. 14 No. 55, 2013
<https://hrcak.srce.hr/file/185648>
2. A. Čižmešija, R. Svedrec, N. Radović, T. Soucie (2010): Geometrijsko mišljenje i prostorni zor u nastavi matematike u nižim razredima osnovne škole, Zbornik radova 4. Kongresa nastavnika matematike RH, 143-162
3. <https://www.tinkercad.com/>

MATEMATIKA I HAIKU – TRENUTAK ZAGRLJAJA MALA ZBIRKA HAIKU POEZIJE

Branka Gotovac

gotovac@ktf-split.hr

Kemijsko-tehnološki fakultet Sveučilišta u Splitu

Matematičke kompetencije studenta po dolasku na fakultet, pa ni kasnije, nisu zadovoljavajuće (Ritze, 2016; Carlson i sur., 2002). Slaba usvojenost temeljnih matematičkih znanja i nedovoljno razumijevanje određenih matematičkih koncepata neke su od uočenih manjkavosti. Poznato je i da su s godinama školovanja stavovi prema matematici sve negativniji (Utsumi i Mendes, 2000), što dodatno otežava ostvarivanje zadovoljavajućih obrazovnih ishoda. Za unaprjeđenje razvoja kompetencija učenika/studenata u literaturi se sugerira korištenje strategija poučavanja koje podržavaju aktivno učenje. Projektna nastava jedna je od njih. Ona omogućava razvoj u svim područjima ličnosti (Tomljenović i Novaković, 2012) i među najpogodnijima je za oslobođanje kreativnosti učenika/studenata i nastavnika (Bežen, 2008).

Mala zbirka haiku poezije „*Matematika i haiku - trenutak zagrljaja*“ izraz je refleksije o matematičkom obrazovanju i nastavnoj praksi u smjeru poboljšanja učinkovitosti nastave matematike na obrazovnoj vertikali i poticanja interesa za matematiku. Obje poput bistre, brze vode, matematika i haiku poezija imaju snagu i ljepotu u svojoj jednostavnosti, zapravo pročišćenosti do biti iz koje jednostavnost proizlazi. „*Matematika i haiku – trenutak zagrljaja: mala zbirka haiku poezije*“ proizašla je iz uradaka studenata Kemijsko-tehnološkog fakulteta u Splitu nastalih u okviru projekta koji je imao za cilj potaknuti studente na dublje promišljanje matematičkih pojmovima, podići njihovu svjesnost o sveprisutnosti matematike, te pobuditi kreativnost studenata. Haiku pjesme popraćene fotografijama rezultat su njihova poniranja u matematičku materiju.

Poniranje u matematički pojmu stvaranjem haiku poezije, poput pisanja haiku poezije uranjanjem u predmet pjesme, počinje promišljanjem i bilježenjem oluje ideja o pojmu, a razvija se dalnjim promišljanjem: analizom obilježja, primjenom, povezanošću s drugim pojmovima. Stoga se može očekivati da će ovaj pristup produbiti sadržaj učenja, poboljšati razumijevanje matematičkih ideja i koncepata, odnosno stimulirati proces stvaranja smisla u matematici. Pristup uranjanja u materiju stvaranjem haiku poezije mogao bi se primijeniti u obrazovanju na svim razinama, ne samo u matematici, povezujući pritom različita područja obrazovanja. Prema iskustvima studenata, projektni zadatak, vjerujemo i zbirka, može poslužiti za poticanje razvoja i jačanje pozitivnih stavova prema matematici i utjecati na promjenu percepcije matematike kao nastavnog predmeta, te posljedično i na matematička postignuća.

Ključne riječi: matematičke kompetencije, matematički pojam, haiku

Literatura:

1. Bežen, A. (2008): Metodika - znanost o poučavanju nastavnog predmeta, Profil International, Zagreb: Učiteljski fakultet Sveučilišta u Zagrebu
2. Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., Hsu, E. (2002): Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study, Journal for Research in Mathematics Education, god. 33, br. 5, str. 352-378.
3. Ritze, N. (2016): Promoting Active Teaching and Learning, Report on Active Learning Approaches in Mathematics Instruction: Practice and Assessment Symposium, Columbus, Ohio, August 2-3, 2016, str. 14-15.
4. Tomljenović, Z., Novaković, S. (2012): INTEGRIRANA NASTAVA – PROJEKT U IZBORNOJ NASTAVI LIKOVNE KULTURE U OSNOVNOJ ŠKOLI, Metodički obzori, god. 7, sv. 1, br. 14, str. 119-134.
5. Utsumi, M.C., Mendes, C.R. (2000): Researching the Attitudes Towards Mathematics in Basic Education, Educational Psychology, god. 20, br. 2, str. 237-243.

PRIMJENA MODELAA I/ILI MODELIRANJE

Vlatka Hižman-Tržić

vlatka.hizman-trzic@skole.hr

Tehnička škola Virovitica

Vjerujem da je većini nastavnika matematike glavni cilj poučiti svoje učenike uspješnoj primjeni matematike u svakodnevnom životu, svijetu rada i društva, razviti kod njih sposobnosti logičkog mišljenja, zaključivanja i generaliziranja te matematičke argumentacije. Novi kurikulumi matematike naglašavaju upravo važnost primjene raznih područja matematike na probleme iz stvarnog života i modeliranje.

U svom predavanju prije 12 godina na 4. Kongresu nastavnika matematike u Zagrebu prof. Jelena Gusić govorila je o tri pristupa zadatcima modeliranja:

- Standardna primjena - učenici nauče model i primjenjuju ga u kontroliranim uvjetima
- Direktno modeliranje - učenici rješavaju realan problem odabirući, uz pomoć i nadzor nastavnika, neki od naučenih modela
- Otvoreno modeliranje - učenici rješavaju realan problem samostalno

Govoreći o matematičkom modeliranju u nastavnom procesu na 10. Stručno-metodičkom skupu u Puli, doc. dr. sc. Ivan Dražić naglasio je da „primjena matematike i matematičko modeliranje nisu sinonimi“. U modeliranju se „kreće od realne pojave i pritom traži adekvatni matematički koncept potreban za njezino opisivanje“.

Modeliraju li naši učenici u srednjim školama ili uglavnom samo primjenjuju već naučene modele? Po mome mišljenju, u srednjoškolskoj matematici učenici uglavnom primjenjuju linearu funkciju, kvadratnu, eksponencijalnu te funkciju sinus, kao i linearne, kvadratne, eksponencijalne i trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe, a otvoreno se modeliranje u nastavi vrlo rijetko susreće. Na pet primjera zadataka iz svoje nastavne prakse (linearna funkcija, kvadratna jednadžba i kvadratna funkcija te eksponencijalna funkcija) pokušat ću argumentirati svoje mišljenje.

Da bi učenici spoznali važnost učenja i razumijevanja matematike i uvidjeli da je ona prisutna svuda oko nas, potrebno je što više primjene naučenih modela na njima bliskim primjerima. Prije primjene, učenici trebaju dobro usvojiti matematičke vještine bez kojih primjena samih modela i modeliranje nisu mogući. Modeliranje bi u nastavi svakako trebalo biti više zastupljeno: kao motivacija za uvođenje novih koncepata, u ponavljanju, vrednovanju naučenog (rješavanje problema) ili kao samostalni ili skupni projektni zadaci koji su se udomaćili u našoj nastavnoj praksi.

Ključne riječi: modeliranje, primjena modela, problemski zadatci

Literatura:

1. Dražić, I. P. (2017): Matematičko modeliranje u nastavnom procesu, Modeliranje i matematika, Zbornik radova 10. stručno-metodičkog skupa, Pula 2017. str. 83-95.
2. Gusić, J. (2011): Matematičko modeliranje u srednjoj školi, Poučak, god. 12, br. 45, str. 48-61.
3. https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_10_209.html (15. 4. 2022.)

PRIMJENA MINDFULNESSA U OBRAZOVANJU

Lana Horvat Dmitrović, doc. dr. sc.

lana.horvat@fer.hr

Sveučilište u Zagrebu Fakultet elektrotehnike i računarstva

Svima nam je jasno da je u današnjem ubrzanom svijetu punom novih informacija, znanja i tehnologija stres postao svakodnevna pojava u obrazovnom sustavu. Procesi poučavanja i učenja te ispitivanje i međusobna komunikacija postali su izvori stresa sve većem broju učenika i nastavnika. Zbog toga se zadnjih dvadesetak godina u svijetu intenzivno radi na uključivanju različitih programa s ciljem pružanja podrške svim sudionicima obrazovnog sustava u nošenju s izazovima i stresnim situacijama.

Svjesna pažnja (eng. mindfulness) kao antistres tehnika koja pomaže učenicima i nastavnicima da budu smireniji, prisutniji i produktivniji, samo je jedan od takvih programa koji se uvodi u škole zapadnog svijeta (npr. Mindful Schools, AISCHU). Istovremeno se provodi i sve veći broj znanstvenih istraživanja kako bi se identificirali svi benefiti pojedinog programa te razvijala poboljšanja. Što se tiče utjecaja programa svjesne pažnje na nastavnike, istraživanja (Flook, 2013; Jennings, 2015) pokazuju da su neki od povoljnijih učinaka: smanjen stres, smanjeno izgaranje na poslu, veća efikasnost, pozitivniji odnos prema poslu, podržavajuća atmosfera u učionicama, bolja organizacija nastave, kvalitetniji odnos s učenicima i kolegama. Veći broj istraživanja okrenut je prema povoljnim učincima za učenike, koji uključuju: bolju pažnju, koncentraciju i vještine učenja, poticanje kognitivnog razvoja, bolje socijalne i emocionalne vještine, podizanje samopouzdanja i samopoštovanja te smanjenu anksioznost i stres (Boričević Maršanić i ostali, 2015; Albrecht i ostali, 2012).

Cilj ove radionice je nastavnike upoznati sa svjesnom pažnjom na teoretskoj i praktičnoj razini, pokazati im kako svjesna pažnja funkcioniра kao dio svakodnevnice te kako se može primjenjivati u radu s učenicima u učionici. Prvi dio radionice sadržavat će teoretski uvod o mehanizmu stresa i svjesnoj pažnji kao antistresnoj tehniči. Drugi dio radionice potpuno je praktične naravi, s puno vježbi i aktivnosti prikladnih za primjenu u obrazovanju, privatnom i poslovnom životu. Namjera ove radionice je pokazati nastavnicima kako da započnu svoju samostalnu svjesnu praksu kod kuće, koja će im pomoći u razvoju socijalno-emocionalnih kompetencija važnih za lakše nošenje sa svakodnevnim stresnim situacijama. Pored toga, neke od predstavljenih aktivnosti prikladne su za rad u učionici s učenicima raznih uzrasta, a mogu se koristiti redovito ili ciljano, odnosno u samom trenutku pojave stresne situacije (npr. pred ispit).

Napomena: Autorica radionice već je održala nekoliko predavanja i radionica za nastavnike na ovu temu, a ove akademske godine provodila je antistresne radionice za studente i osoblje FER-a. Od 2018. ima licencu trenera Relax Kids i Just Relax programa, a od 2019. Trenerica je mindfulness meditacije. Krajem 2019. sudjelovala je na međunarodnoj konferenciji Mindfulness 2019, terme Olimia, Slovenija, s predavanjem Mindfulness Attitudes in the Classroom (Horvat Dmitrović, 2019).

Ključne riječi: stres, svjesna pažnja, vježbe svjesnosti

Literatura:

1. Albrecht, N.J., Albrecht, P.M., Cohen, M. (2012). Mindfully Teaching in the Classroom: a Literature Review, Australian Journal of Teacher Education, 37 (12), p. 1-14.
2. Boričević Maršanić, Vlatka; Paradžik, Ljubica; Zečević, Iva; Karapetrić-Bolfan, Ljiljana, Usredotočena svjesnost-Mindfulness: Primjena u djece i adolescenata // Socijalna psihijatrija, 43 (2015), 3; 142-150
3. Flook, L., Goldberg, S. B., Pinger, L., Bonus, K., & Davidson, R. J. (2013). Mindfulness for teachers: A pilot study to assess effects on stress, burnout, and teaching efficacy. Mind, Brain, and Education, 7(3), 182-195.
4. Horvat Dmitrović, L. (2019) Mindfulness Attitudes in the Classroom, The Book of Papers, International Conference Mindfulness 2019, EDUvision, 2019., p. 90-98.
5. Jennings, P.A. (2015). Mindfulness for Teachers: Simple Skills for Peace and Productivity in the Classroom, The Norton Series on the Social Neuroscience Education, NY: W.W. Norton & Company

Digitalna ploča u nastavi matematike (radionica 60 minuta)

Marija Jurišić Šarlija, Manuela Brnčić Dadić

marija.jurisic-sarlija@skole.hr, manuela.brncic-dadic@skole.hr

Zdravstvena škola Split / Obrtna tehnička škola Split

Miro online ploča izvrstan je alat za vizualnu suradnju koja nastavnike čini produktivnijima u učionici i izvan nje – nastave na daljinu. Postoje različite online ploče, ali Miro nije samo digitalna ploča, već i revolucionarna primjena onoga što ploča može biti u digitalno doba. Bez obzira prate li učenici nastavu u školi ili online, ili rade u timu na zajedničkom projektu, Miro pruža zanimljivo, intuitivno iskustvo, s više mogućnosti za suradnju u stvarnom vremenu i asinkroni timski rad na mrežnoj ploči. Moguće je stvoriti scenarije poučavanja, voditi nastavu i rješavati zadatke u realnom vremenu, te unutar ploče organizirati videopoziv. Nudi višestruke softverske integracije s aplikacijom poput Teamsa, Zooma i mnogih drugih.

Radionica obuhvaća:

- upoznavanje s besplatnim web alatom Miro za koji nije potrebno prethodno informatičko znanje i čija je uporaba jednostavna i intuitivna
- pregled gotovih primjera iz prakse
- registracija
- izrada vlastitih sadržaja za uporabu u nastavi i drugim procesima koji se održavaju u školi (izvannastavne aktivnosti, stručno usavršavanje nastavnika, određena područja poslovanja škole itd.)

Polaznici će na radionici:

- izraditi jednu Miro ploču s različitim sadržajima,
- podijeliti je s ostalim polaznicima,
- ispuniti upitnik zadovoljstva održanom radionicom.

Metode: predavanje, prezentacija s predavačkog računala, individualni rad polaznika na računalu, upotreba digitalnih kolaboracijskih alata

Ciljana grupa: Radionica je namijenjena učiteljima i predmetnim nastavnicima koji žele integrirati web alate u svoj nastavni proces, poboljšati svoj rad i steći kompetencije u korištenju digitalnih alata u nastavi i izvan nje.

Rad u radionici ne zahtijeva prethodno stečene vještine i znanje, osim što polaznici moraju imati aktivnu adresu elektroničke pošte i što moraju poznавati osnove rada s web

preglednicima (Internet Explorer, Google Chrome, Mozilla Firefox, Safari). Polaznici radionice dobit će pripremljeni priručnik za rad.

Ključne riječi: digitalna ploča, kolaboracija

Literatura:

1. <https://miro.com/online-whiteboard/> (20.4.2022.)
2. https://miro.com/app/board/o9J_lSblN40=/?share_link_id=990086133668 (20.4.2022.)
3. <https://edutorij.e-skole.hr/share/page/document-details?nodeRef=workspace://SpacesStore/16afd5ff-7162-46d5-9931-b0a4c733a095> (20.4.2022.)

KLINOMETAR

Janja Linardić, Tamara Stipčić Jelenović

janja.linardic@skole.hr ; tamara.stipcic-jelenovic@skole.hr

Salezijanska klasična gimnazija s pravom javnosti, Rijeka

Matematika bi trebala pomagati u razumijevanju i opisivanju svijeta te u rješavanju konkretnih životnih problema. *Online* nastava u prošle dvije školske godine stavila je pred učenike i profesore nove izazove zbog novih Kurikulum, ali i zbog *online* nastave.

Kako učenicima prvih razreda gimnazije objasniti i približiti trigonometriju pravokutnog trokuta i njezinu primjenu na online nastavi, a da sve bude zanimljivo, drugačije, korisno i da se može vrednovati *online*. Projekt modeliranja u nastavi matematike morao je pri tome biti realističan, blizak i izvediv učenicima.

Vodeći se gore navedenim kriterijima osmislile smo projekt pod nazivom Klinometar koji se sastojao od pet dijelova. Učenicima smo ishod Trigonometrija pravokutnog trokuta pokušale približiti i konkretizirati, a da pri tome projekt ne bude prezahtjevan. Od učenika nismo tražile samo puko uvrštavanje u formule, već su trebali primijeniti naučeno, izraditi klinometar i prikazati rezultate rada u obliku filmića, što u matematici nemaju često priliku.

Nakon provedenog projekta i njegove evaluacije zaključile smo da su učenici pokazali veliku kreativnost i trud, a samim time i motivaciju za koju držimo da dobar pokazatelj usvojenosti niza ishoda koje smo željeli ostvariti.

Na 9. Kongresu nastavnika matematike RH željeli bismo detaljnije prikazati ovaj naš projekt i njegove rezultate kolegama. Smatramo da je naš projekt dobar primjer modeliranja koji se lako može primijeniti i pomoći u osmišljavanju novih sličnih projekata.

Ključne riječi: klinometar, trigonometrija, projekt, modeliranje

Literatura:

1. https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/e9dc6e73-a21d-4877-9db6-295c4f5880a3/html/4846_Aktivnosti_za_samostalno_ucenje.html
2. <https://www.youtube.com/watch?v=-Je5ew-hZ0w>

Smisao matematike u kemiji i smisao kemije u matematici

Snježana Lukač, Melita Barić Tominac

snjezana.lukac@gmail.com, melitabt@gmail.com

Gimnazija Matije Antuna Reljkovića, Vinkovci

Koliko smo puta na satu matematike čuli pitanja učenika: „Što će nam to?, Za što nam to treba?“. U zadnjih desetak godina nešto rjeđe jer „trebat će na maturi“. Odgovor na ta pitanja možemo pronaći u kemiji. Događa se da učenici zadatak iz kemije nisu u stanju riješiti samo zato što nisu svjesni da alat za rješavanje toga problema imaju, da su ga stekli na satu matematike i da ga samo trebaju primijeniti.

Želeći razbiti mit učenika kako je svaki predmet u svojoj ladici i kako se uči zasebno, osmislile smo školski projekt „Matematičko kemijanje“ u kojem učenici povezuju sadržaje matematike i kemije i otkrivaju smisao matematike u kemiji i smisao kemije u matematici. U jednom dijelu projekta obrađujemo temu koju ćemo predstaviti u ovome radu.

Cilj ovog rada je povezati sadržaje stereometrije i kristalnih struktura metala. Svojstva tvari ovise o njihovoј strukturi, rasporedu atoma, molekula i iona u prostoru. Elementarna ćelija najmanji je dio kristala koji pokazuje razmještaj građevnih elemenata, a periodički se ponavlja u sva tri smjera u prostoru i čini 3-D strukturu kristala. Kristali metala kristaliziraju u kubičnom (volumno i plošno centrirana kubična slagalina) i heksagonskom sustavu.

Učenici pomoću modela kuglica i štapića kristalnih struktura, te modela načinjenih od kartona proučavaju elementarne ćelije kristala metala. Uz pomoć modela određuju broj atoma u pojedinoj elementarnoj ćeliji, udaljenost središta najbližih atoma, popunjenoš prostora i udio šupljina. Na kraju učenici dobivaju radne listiće u kojima je zadan pokus s različitim vrstama metala i zadatci vezani uz kristalne strukture metala.

Sve navedene zadatke, na žalost, mogu raditi samo učenici izborne nastave iz kemije ili matematike i dodatne nastave u trećem razredu. Sadržaji koje smo spojile iz kemije i matematike u redovnoj se nastavi obrađuju u različitim razredima. Kristali metala se u kemiji obrađuju u 1. razredu, a geometrijska tijela u matematici obrađujemo u 2. razredu.

Smisao matematike u kemiji je očit: učenici računaju s razlomcima, računaju volumen kugle, kocke, šesteroprstrane prizme, prizme kojoj je baza romb, tetraedra, računaju duljinu prostorne dijagonale, dijagonale strane prizme, postotke,

Smisao kemije u matematici možda nije tako očit, ali ako pronađemo kemijске formule molekula hormona adrenalina, dopamina, serotonina, oksitocina i endorfina koji nastaju pri svakom uspješno riješenom zadatku iz matematike, zaključit ćemo da je ogroman.

Ključne riječi: kristali, prizma

Literatura:

1. Habuš, A.; Tomašić, V. (2009): Opća kemija 1, udžbenik za prvi razred gimnazije, Profil

PRIMJENA POSTOTNOG RAČUNA: MARŽA, MARKUP ILI RUC (RAZLIKA U CIJENI)

Toni Milun, Hrvoje Kovač, Julija Mardešić

toni@tonimilun.com, hrvoje.kovac3@gmail.com , mardesic@oss.unist.hr

Visoko učilište Algebra, Visoko učilište Algebra, Sveučilišni odjel za stručne studije Split

Na društvenim mrežama LinkedInu i Twitteru postavljena je anketa sa sljedećim pitanjem: Nabavna cijena proizvoda iznosi 200 kuna, a prodajna 400 kuna. Koliko iznosi marža? (zanemarimo PDV). Ponuđena su tri odgovora:

- a) 200 kuna
- b) 100 %
- c) 50 %

Više od 60 % ispitanika odabralo je odgovor b) 100 %, dok se manji dio ispitanika opredijelio za preostala dva odgovora.

Koji je točan odgovor? Nažalost, u hrvatskom jeziku ne postoji jednoznačan odgovor na ovo pitanje. Kao posljedica ne postoji jasan odgovor ni na pitanje koja je razlika između RUC-a (razlike u cijeni), marže i markupa. U različitim udžbenicima iz ekonomskog grupe predmeta definicije navedenih pojmove su različite. Uglavnom se marža i RUC koriste kao sinonimi. Na internetu se mogu pronaći brojne definicije koje su često kontradiktorne. A kad se to pitanje postavi u različitim sektorima ili raznim odjelima istog poduzeća (bankarstvo, veleprodaja, kontroling, nabava, prodaja), dobiju se različiti odgovori.

Dakle, kad npr. trgovina nabavlja proizvod i potom ga prodaje, mogu se izračunati tri različite vrijednosti:

- razlika prodajne i nabavne cijene izražena u kunama,
- omjer navedene razlike i nabavne cijene izražen u postotku,
- omjer navedene razlike i prodajne cijene izražen u postotku.

Nama matematičarima bilo bi logično da postoje tri jasno različita naziva za te vrijednosti. Problem postaje sve veći i zbog širenja poslovanja mnogih hrvatskih poduzeća izvan granica. Zato postoji potreba usklađivanja hrvatskih naziva s onim na internacionalnom – engleskom jeziku u kojemu se često koristi naziv *markup*, koji se kod nas rijetko ili nikako ne upotrebljava.

Uvažavajući da ekonomija ima svoje specifičnosti autori su pokušali kroz nekoliko praktičnih primjera dati prijedlog za nazive koji bi bili usklađeni s onima koji se koriste u drugim državama. Time bi došlo do usklađivanja te bi se na jedinstven način računali marža, markup i RUC.

Autori su svjesni da bi se netko drugi možda odlučio za drugačiju definiciju spomenutih pojmove, a samim time i računanja, pogotovo ako ih već godinama koristi. Ideja rada je da se počne razmišljati o uvođenju jedinstvenog sustava naziva, kakav god bio, tako da komunikacija među različitim sektorima ili među raznim odjelima unutar istog poduzeća bude jasnija.

U radu je izneseno nekoliko primjera i matematičkih izvoda koji se mogu izvoditi na nastavi matematike ili ekonomske grupe predmeta.

Ključne riječi: marža, markup, RUC, razlika u cijeni

Literatura:

1. Bratičević, D. (2009): Računovodstvo 3, udžbenik za 3. razred srednjih strukovnih škola, zanimanje komercijalist/komercijalistica, Školska knjiga, Zagreb
2. Hruškar, N., Petrović, R., Brajnović, S. (2014): Prodajno poslovanje, udžbenik u 2. razredu srednje strukovne škole za zanimanje prodavačica/prodavač, Školska knjiga, Zagreb
3. Hrvatski jezični portal,
https://hjp.znanje.hr/index.php?show=search_by_id&id=e1xvXxQ%3D&keyword=mar%C5%BEa, (16. 12. 2021.)
4. Safret, M., Marić, B., Dragović-Kovač, Lj., Hržica, D. (2020): Računovodstvo proizvodnje i trgovine, udžbenik u 3. razredu srednje strukovne škole za zanimanje ekonomist /ekonomistica, Školska knjiga, Zagreb

SMISAO FUNKCIJA, FUNKCIJA BEZ SMISLA¹

Petar Mladinić, Nikol Radović

petar.mladinic1@zg.t-com.hr, nradovic@geof.unizg.hr,

Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

Svi nastavnici matematike slažu se u tvrdnji da je koncept funkcije jedna od najvažnijih ideja suvremene matematike. Funkcije su svuda oko nas iako učenici nisu toga svjesni. Primjerice, odnos cijene benzina po litri, voća po kilogramu, objašnjenje lokalne i svjetske demografije... Postavlja se pitanje kako naši učenici naučene koncepte prepoznaju u svijetu oko sebe, u nekim klasičnim zadatcima ili posebno definiranim zadatcima prema kojima se mjeri stupanj usvojenosti prema Van Hieleu.

Prema Isodi [3], Van Hieleove razine o funkcijama su:

1. Razina svakodnevnog jezika. Učenici opisuju odnose u fenomenima služeći se svakodnevnim jezikom. Teško objašnjavaju odnose na primjeren način korištenjem dviju varijabli jer se opisi odnosa obavljaju nejasno koristeći svakodnevni jezik.
2. Razina aritmetike. Učenici opisuju pravila odnosa pomoću tablica. Izrađuju i istražuju tablice primjenom aritmetike. Njihovi opisi odnosa pojmove precizniji su s tablicama nego svakodnevnim jezikom razine 1.
3. Razina algebre i geometrije. Učenici opisuju funkcije pomoću jednadžbi i grafova. Prevode zapise tablica, jednadžbi i grafova primjenjujući algebru i geometriju. Na ovoj razini zapisa funkcije, koju već dobro razumiju, uključuju prikaz različitih zapisa koji su već integrirani kao mentalna slika. Primjerice, lako mogu pronaći jednadžbu koja pripada grafu i graf koji pripada jednadžbi.
4. Razina računa (kalkulusa). Učenici opisuju funkciju primjenjujući račun (kalkulus). U računu, funkcije su opisane terminima deriviranih ili primitivnih funkcija. Primjerice, da bismo opisali značajke funkcije, koristimo njezinu derivaciju koja je već naučena. Teorija računa (kalkulusa) opća je teorija ove vrste opisa.
5. Razina analize (matematičke analize). Primjer jezika za opis je funkcionalna analiza koja je metateorija kalkulusa. Opravdanje ove razine temelji se na povijesnom razvoju i još nije istraženo.

Znajući to, postavlja se pitanje što možemo očekivati. Idealno bi bilo očekivati 4. i 5. razinu u osnovnoj/srednjoj školi, stoga ćemo „sniziti“ očekivanja i promatrati prve tri razine. U tu svrhu posebno su za svaku od funkcija (linearnu, kvadratnu, eksponencijalnu i logaritamsku) posloženi testovi. Za svaku razinu zadaju se tri zadatka; ako su učenici uspješno riješili bar dva zadatka za tu razinu, onda smo smatrali da su "svladali" tu razinu. I tu su se onda pojavili

problemima: učenici nisu znali riješiti zadatak niže razine, ali su znali riješiti zadatak više. I tako nešto ukazuje na nesavršenost hijerarhijskog modela, ali i na propuste u poučavanju u kojemu se velika pozornost posvećuje uvježbavanju i ispitivanju znanja nekih pojmovima o funkcijama, dok se druga ili zanemaruju ili uopće nisu poučena s dužnom pozornošću.

¹Istraživanje provedeno u okviru projekta *Van Hieleova razina matematičkih postignuća učenika u RH*, odobrenog od Ministarstva znanosti i obrazovanja RH i provedenog uz partnerstvo Sveučilišta u Zadru

Ključne riječi: funkcija, Van Hieleova razina

Literatura:

1. Gullberg, J., Norton, W. E. (1997): Mathematics, , New York.
2. Gusić, I. (1995): Matematički rječnik, Element, Zagreb.
3. Isoda, M. (1996): The development of the language of function: An application of van Hiele's levels, Puig, L. & Gutierrez, A. Ed.) Proceedings of PME 20, Vol. 3, 105-112
4. **** (1977): Matematičeskaja enciklopedija, Moskva.
5. Standardi za nastavu matematike, HMD i V. gimnazija, Zagreb 2000.
6. Weisstein, E. W. (2009): CRC Encyclopedia of mathematics.
7. <https://www.huni.hr/projekti/19.04.2022./>

DOKAZ, DOKAZIVANJE, VAN HIELE & SKETCHPAD

Nikol Radović, Petar Mladinić

nradovic@geof.unizg.hr, petar.mladinic1@zg.t-com.hr

Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

Za matematičare dokazi imaju važnu ulogu u utvrđivanju istinitosti tvrdnji (teorema, propozicija). Imaju li dokazi svoje mjesto u nastavi matematike ili je li uopće potrebno učiti dokaz ili dokazivanje u školi? Mnogi učenici imaju teškoća u shvaćanju stvarne potrebe za dokazom. No, dokazivanje je važno u srednjoškolskom obrazovanju jer su rasuđivanje i zaključivanje jedni od glavnih zadataka nastave matematike. Iako poučavanje dokazivanja za nastavnike predstavlja velik izazov, dobrom strategijom i ono je moguće uz pomoć Sketchpada kao alata. Moramo se složiti da je dokaz neizostavan dio matematičkog znanja, čija vrijednost nadilazi samu provjeru rezultata. Nadalje, dokazi su iznimno vrijedni jer mogu voditi do novih otkrića ili pripomoći u sistematizaciji.

Ideja radionice je da se pokaže kako na određenim primjerima i uz detaljne upute učenici mogu uči u svijet istraživanja, otkrivanja i dokazivanja u matematici.

Na radionici će biti prikazano kako se zahtjevan izazov može uspješno provesti pomoću alata Sketchpad, kako u osnovnoj tako i u srednjoj školi. Postoje različite vrste dokaza: dokaz kao objašnjenje, kao otkriće, kao provjera, kao izazov i kao sistematizacija [4].

Planira se provesti Dokaz kao logičko otkriće. U tu svrhu obradit će se Aktivnost Tangencijalni četverokut. Aktivnost se provodi kroz 3 koraka: 1- otkivanje: logičkim zaključcima dolazi se do svojstva četverokuta kojemu su stranice tangente upisanoj kružnici (odgovaranjem na postavljena pitanja); 2 – provjera konstrukcijom: mjeranjem i potrebnim izračunima potvrđuje se zaključak na pitanje iz koraka 1; 3 - daljnje istraživanje: nastavak logičkog zaključivanja i donošenje zaključaka.

Kad učenici temeljito istraže geometrijska nagađanja kroz kontinuirane varijacije s dinamičkim softverom poput Sketchpada, nemaju potrebu za dalnjim radom na uvjerenju ili provjeri. Dakle, provjera služi kao mali motiv ili nema motiva za dokazivanje. Daljnju znatiželju lako je moguće izazvati postavljanjem pitanja *zašto mislite da je određeni rezultat istinit*, odnosno izazov može biti da to pokušaju objasniti. Učenici će brzo priznati da induktivna provjera samo potvrđuje tvrdnju, a ne daje zadovoljavajući osjećaj prosvjetljenja, uvida ili razumijevanja kako je nagađanje posljedica drugih poznatih rezultata. Učenici stoga

smatraju da je sasvim zadovoljavajuće promatrati deduktivni argument kao pokušaj objašnjenja, radije od provjere.

Za očekivati je da će ovaj pristup poučavanja matematike rezultirati boljim rezultatima učenika, kao i podignuti stupanj usvojenih kompetencija, ali i samopouzdanja učenika. Primjenom Sketchpada u poučavanju i učenju matematike / dokazivanja neki učenici (što više to bolje) mogu postići 4. i 5. Van Hieleovu razinu znanja, a svi ostali 3. razinu koju Van Hieleov model teoretski predviđa.

Ključne riječi: dokaz, dokazivanje, Van Hiele, Sketchpad

Literatura:

1. Olmstead, E.A. (2007): Proof for Everyone, Mathematics Teacher, Vol. 100, No. 6, p. 436-439.
2. Rocha, H. (2019) Mathematical proof: from mathematics to school mathematics, Phil. Trans. R. Soc, A377/download from <https://royalsocietypublishing.org/28.12.2021/>
3. Steketee, J., N.; Chanan, S. (2006): Priručnik s uputama za Sketchpad, Proven, Zagreb.
4. De Villiers, M. (2021): Dokazivanje i dokaz u nastavi matematike pomoću Sketchpada i drugi tekstovi, H.U.N.I., Zagreb.

ODRŽIVI RAZVOJ KROZ NASTAVU MATEMATIKE

Nada Roguljić, Julija Mardešić, Arijana Burazin Mišura

nmaroevi@oss.unist.hr , mardesic@oss.unist.hr, aburazin@oss.unist.hr

Sveučilišni odjel za stručne studije, Sveučilište u Splitu

Matematika kao znanstvena disciplina, ali i kao nastavni predmet mora imati svoju društvenu ulogu i odgovornost. U 21. stoljeću pitanje održivosti života na planetu Zemlja zapljasnulo je sve sfere života. Svijet, naš globalni dom, divno je mjesto, ali ograničenih prirodnih resursa. Ujedinjeni narodi su 2000. godine donijeli rezoluciju kojom je postavljeno 17 ciljeva održivog razvoja. Danas, kao nikad prije, uloga matematike u obrazovanju mora biti i promicanje tih ciljeva kroz matematičke teme i sadržaje. Uključivanje tema održivosti u nastavu matematike na svim razinama upravo daje potreban kontekst matematičkim sadržajima, koji često učenicima nedostaje ili im pak nije blizak, angažirajući u njima i onu emocionalno-iskustvenu razinu.

Na međunarodnoj sceni vidljivi su pomaci u stvaranju integriranih kurikuluma, a mnogi se edukatori u području matematike bave tom problematikom i stvaraju sadržaje koji se mogu koristiti u nastavi matematike. Brojne su inicijative zaživjele u raznim obrazovnim sferama, poglavito u matematičkom obrazovanju i srodnim prirodnim i tehničkim disciplinama. Matematika planeta Zemlje 2013. (MPE 2013) inicijativa je matematičkih znanstvenih organizacija u svijetu, s ciljem iznalaženja načina na koji matematičke discipline mogu biti korisne u rješavanju globalnog svjetskog problema. Također, Ministarstvo znanosti i obrazovanja prepoznalo je taj trenutak i dalo smjernice u dokumentu „Kurikulum međupredmetne teme Održivi razvoj za osnovne i srednje škole“ objavljenom 2019. godine.

Svrha rada je prikazati mogućnosti integriranja tema održivosti u kurikulume matematike na više razina školovanja i u više područja matematike. Na više primjera pokazat ćemo mogućnosti integracije u matematičke kolegije na stručnim studijima (Roguljić, N. et al., 2016), a zatim i u nastavne teme matematike u srednjim i osnovnim školama. Ponudit ćemo nastavne scenarije kojima je konačna svrha potaknuti nastavnike na njihovo osmišljavanje i trajno razmišljanje o mogućnostima integracije u svoju nastavu.

Duboko vjerujemo da je integracija teme održivosti korisna matematici, dajući joj smisleni kontekst, a poslužit će i za postizanje ciljeva održivog razvoja kroz razvoj matematičkih kompetencija. Doslovno sva pitanja u održivom razvoju zahtijevaju matematičke vještine: mjerjenja, procjene, pretvorbe jedinica, skaliranja, matematičkog modeliranja rasta ili pada, korištenja numeričkih podataka u različitim analizama i razumijevanju ograničenja, kreiranja

tablica, stvaranja i razumijevanja grafova... Nadamo se da ćemo ovim radom potaknuti interes onih koji vjeruju da je nastavni proces bitan korak u stvaranju bolje budućnosti.

Ključne riječi: nastava matematike, održivost, modeliranje

Literatura:

1. Roguljić, N., Burazin Mišura, A., Krčum, J. (2016): Podučavanje održivosti kroz matematičke kolegije, zbornik radova sa skupa CIET 2016,
2. <http://www.sustainabilitymath.org/> (18.4.2022.)
3. https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/06/ODR_kurikulum.pdf (18. 4. 2022.)
4. <https://sdgs.un.org/goals> (18. 4. 2022.)

Modeliranje u matematici – primjeri iz prakse

Irena Spasojević

irenaspas@gmail.com

Srednja škola Matije Antuna Reljkovića, Slavonski Brod

Radim u srednjoj strukovnoj školi, a jedno od pitanja s kojim se u svom radu često susrećem je „Zašto mi treba matematika?“ To se nerijetko pitaju mnogi naši učenici, ali nažalost i njihovi roditelji. Iz nekog razloga matematika je na lošem glasu, a i mi često, pokušavajući je približiti i pokazati potrebnom i korisnom za svakodnevni život, pribjegavamo banalnim i neuvjerljivim primjerima.

Nacionalni kurikulum Matematike predviđa da se učenici tijekom učenja matematike bave rješavanjem problema koji potječu iz svakodnevice i društvenog okružja.

Koji je pritom zadatak nastavnika? Izabrati dobre primjere za modeliranje i prilagoditi ih mogućnostima svojih učenika.

Matematičko modeliranje način je da matematiku povežemo sa stvarnošću, a u kratkom predavanju podijelit ću par primjera iz prakse kako to radim u razredu. Nadam se da ću potaknuti razmjenu mišljenja s kolegama.

Ključne riječi: strukovna škola, modeliranje, matematičko modeliranje

Literatura:

1. Begović, E. *Matematičko modeliranje u osnovnoškolskoj nastavi*, MIŠ 81, (2015./2016.), 17. – 21.
2. Dakić, B. *Inovacije u nastavi matematike*, MIŠ 62, (2011./2012.), 52. – 59.
3. Žakelj, A. *Modeliranje u nastavi matematike*, MIŠ 78, (2014./2015.), 105. – 110.

Obrni, okreni, u konačnici ocijeni

Mirna Stojanović, Danijel Markić

mirna.stojanovic@gmail.com, danijel.markic@gmail.com

Tehnička škola Ruđera Boškovića, Vinkovci

U vremenima kada nam se čini da sve gubi smisao, pokušali smo učenike potaknuti da sami potraže smisao u nastavnim sadržajima. Povezali smo nekoliko načina rada (istraživački, oluja ideja, diskusija, zauzimanje osobnog stava o temi) i došli do zanimljivih rezultata. Uz malo veću angažiranost nastavnika i kvalitetnu pripremu za nastavne sate lako se može doći do visoke razine usvojenosti ishoda cjeline ili nastavne jedinice. Nastava matematike daleko je od formalne znanosti te smo pokazali kako učenici simbolima, slikama i argumentacijom mogu sebi, ali i vršnjacima pojasniti matematičke pojmove, lako svladati velike količine nastavnog gradiva, ispuniti velika očekivanja roditelja, a uz to s lakoćom razumjeti matematičke koncepte.

S unaprijed zadanim temom cilj je učenike potaknuti da naprave svoje istraživanje koje će kasnije na nastavi, u suradnji s vršnjacima pri izradi plakata, predstaviti i prezentirati pred ostatom razreda. Zadavanjem tema dva tjedna unaprijed smanjili smo upotrebu tehnologije, povećali razinu vršnjačke suradnje, potaknuli argumentaciju i diskusiju. Našom intervencijom u raspravi pri oblikovanju i ekspresiji njihovih ideja, usmjeravali smo ih na ono što je bitno u temi. Poradili smo na kritičnosti i samokritičnosti i - uspjeli. Povezali smo obrнутu učionicu, samostalno istraživanje, skupni rad, vršnjačko vrednovanje i samovrednovanje na odabranim temama.

Ključne riječi: obrnuta učionica, skupni rad, vršnjačko vrednovanje i samovrednovanje

Literatura:

1. G. Polya (1966): Kako ću riješiti matematički zadatak, Školska knjiga, Zagreb
2. J. Bergman, A. Sams (2012): Flip Your Classroom: Reach Student in Every Class Every Day, International Society for Technology in Education

RAZUM FUNKCIJE

Mateja Šafaric Novak

mateja.safaric@skole.hr

Tehnička škola Čakovec

U moderno doba, u kojem su nam informacije na dohvat ruke, često tražimo gotova i brza rješenja bez imalo razumijevanja i promišljanja. Tako i učenici na nastavi traže najbrži i najlakši način rješavanja, bez potrebe razmišljanja o postupku i razumijevanja postupka. Kad zadatak na satu pokrene raspravu, izlazimo iz okvira gotovih i brzih rješenja i ulazimo u učenička promišljanja, rasuđivanja, povezivanja i rješavanja problemske situacije.

Prema kurikulumu za nastavni predmet Matematika za srednje škole, jedan od odgojno-obrazovnih ciljeva učenja i poučavanja je primijeniti matematički jezik u analizi, razumijevanju i procjeni informacija upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata; matematički rasuđivati logičkim, kreativnim i kritičkim promišljanjem i povezivanjem; zaključivanjem rješavati problemske situacije odabirom relevantnih podataka te preispitivanjem procesa i rezultata.

Upravo prikazom funkcija i interpretacijom prikazanog problema funkcijom možemo vidjeti razne učeničke poteškoće u procesima rješavanja problema. Napravila sam istraživanje među učenicima drugih i trećih razreda tehničkih četverogodišnjih zanimanja o povezivanju različitih prikaza funkcije, interpretacije grafičkog prikaza smislenim problemom te razumijevanju pojma funkcije. Probleme su imali u prikazivanju problemske situacije grafičkim prikazom, ali najviše problema imali su u povezivanju različitih prikaza funkcije, pogotovo kod definiranja funkcije zadane grafom. U analitičkom zapisu funkcije skoro svi učenici zaboravili su definirati domenu i kodomenu, dok su u zadatku u kojem je funkcija bila zadana tablicom te su bile definirane domena i kodomena, učenici uglavnom na ispravnim skupovima crtali graf zadane funkcije. U istraživanje sam stavila i dva zadatka s PISA istraživanja prethodnih godina. U jednom zadatku su pomoću v, s dijagrama morali odrediti odgovarajuću stazu po kojoj vozi automobil, a u drugom su zadatku pomoću opisane linearne ovisnosti riječima morali odrediti odgovarajuće grafičke prikaze danih funkcija. Dok je u trećim razredima 31 % ispitanih učenika imalo problema s određivanjem odgovarajućeg grafičkog prikaza, u drugim razredima taj je postotak viši, 56 %. Učenici drugih razreda imali su poteškoće i u interpretaciji v, s dijagrama pa je tako 43 % učenika odgovorilo netočno. Česta greška koju su radili u grafičkom prikazu problemske situacije odmrzavanja večere bila je pozitivna temperatura večere u zamrzivaču.

Dobrim odabirom zadatka na nastavi odgovorit ćemo učenicima na njima najvažnije pitanje u školskim klupama: „Što će to meni u životu?“ Problemom koji stavljamo pred njih želimo razvijati njihovo razmišljanje, rasuđivanje, argumentiranje te na kraju rješavanje problema uz preispitivanje postupaka i rezultata. Na taj način, osim što će razvijati pozitivan odnos prema matematici i radu općenito, učenici će dobiti dobru podlogu za rješavanje ostalih problema s kojima će se susretati u životu.

Ključne riječi: prikaz funkcije, interpretacija grafičkog prikaza, pojam funkcije

Literatura:

1. Državna matura, dostupno na <https://www.ncvvo.hr/kategorija/drzavna-matura/provedeni-ispliti/> (8. 4. 2022.)
2. Kurikulum za nastavni predmet Matematika za srednje strukovne škole na razini 4.2. u Republici Hrvatskoj, dostupno na https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_10_209.html (8. 4. 2022.)
3. Primjeri PISA zadataka iz matematičke pismenosti: testovi "papir-olovka" (PISA 2000, PISA 2003, PISA 2012), dostupno na https://pisa.ncvvo.hr/wp-content/uploads/2018/05/Primjeri-PISA-zadataka_matemati%C4%8Dka-pismenost_papir-olovka.pdf (8.4.2022.)

COVID-om do eksponencijalne funkcije

Juraj Šutalo

juraj.sutalo@gmail.com

Prirodoslovna škola Vladimira Preloga

Koncept predavanja bio bi primjer nastavnog sata iz matematike gdje učenici trećeg razreda srednje škole pomoću realne situacije kroz koju su prolazili otkrivaju eksponencijalnu funkciju – domenu, sliku, pravilo pridruživanja i graf.

Dani model predstavljaju podatci o broju zaraženih COVID-om u Hrvatskoj u dvije etape pandemije – na početku pandemije te u drugom valu.

Nastavni sat započet je tabličnim prikazom podataka broja oboljelih, gdje učenici zapažaju određene pravilnosti koristeći se znanjem iz statistike (npr. nelinearno povećanje broja zaraženih), otkrivaju raspon broja zaraženih u danom periodu, određuju prosječni broj zaraženih te primjećuju da prosjek ne prati stvarno stanje s obzirom na dnevnu promjenu broja zaraženih.

U drugom dijelu aktivnosti učenici grafičkim prikazivanjem podataka otkrivaju krivulju koja predstavlja grafički prikaz funkcije koju do sada nisu učili – eksponencijalnu funkciju. Grafički predviđaju kako bi se dalje trebao razvijati broj novooboljelih nakon određenog perioda gledanja te na taj način otkrivaju svojstva krivulje eksponencijalne funkcije.

Cilj nastavnog sata bio je da učenici korištenjem znanja iz različitih predmeta, odnosno iz matematike, građanskog odgoja i sociologije, znanstveno i statistički analiziraju podatke te se kroz analizu upoznaju sa, za njih novom, funkcijom koja opisuje širenje broja zaraženih. Unutar matematike bitna znanja koja učenici koriste vezana su uz statistiku, pojam funkcije, vjerojatnost te procjenu budućih rezultata.

Cilj predavanja je dati primjer da možemo učenicima pokazati primjenu matematičkih koncepata na realnu situaciju koja je njima bila zanimljiva i bliska.

Ključne riječi: eksponencijalna funkcija, otkrivanje, podatci

Literatura:

1. <https://www.koronavirus.hr/koronavirus-statisticki-pokazatelji-za-hrvatsku-i-eu/901> (17.4. 2022.)
2. 3Blue1Brown, Simuliranje epidemije, <https://youtu.be/gxAaO2rsdIs>

PODATKOVNI PRISTUP

Tvrtko Tadić

tvrtko@math.hr

Microsoft Corporation

Podatci su svuda oko nas. Tijekom pandemije koronavirusa vidjeli smo zbumjenost javnosti podatcima o eksponencijalnom rastu i o efikasnosti cjepiva protiv korone. U vijestima iz gospodarstva vidimo razne tablice s brojevima i grafičke prikaze podataka. Razne kompanije skupljaju podatke kako bi poboljšale svoje usluge.

Podatcima se često manipulira kako bi se ostvarili određeni ciljevi. Postavlja se opravданo pitanje: *Trebaju li stvarni podaci biti prisutni i u nastavi matematike?* U nastavu matematike uvedeni su neki elementi statistike koji se tumače kroz kratke izračune na nekoliko brojeva.

Na novoj web-stranici Hrvatskog matematičkog društva pokrenuta je rubrika *Podatkovni pristup* koja pokušava prikupiti materijale koji bi izložili učenike, studente i nastavnike zanimljivim i razumljivim skupovima podatka, upoznali ih s metodama kojima su obrađeni te otkrili za koju su svrhu poslužili.

Nadamo se da će ovi materijali pomoći u razmatranju ovoga pitanja.

Ključne riječi: podatkovni pristup, stvarni skupovi podataka, eksperimenti

Literatura:

1. Matka: *časopis za mlade matematičare*
2. Poučak: *časopis za metodiku i nastavu matematike*
3. math.e: *hrvatski elektronski matematički časopis*
4. www.matematika.hr : stranica Hrvatskog matematičkog društva

MISLITE LI DA JE LEONARDO DA VINCI BIO U PRAVU?

Marijana Zarožinski, prof. savjetnik; Igor Vidović, prof. mentor

marijana.vrdoljak@skole.hr, igor.vidovic@skole.hr

Industrijsko-obrtnička škola Slavonski Brod i Klasična gimnazija Fra Marijana Lanosovića s pravom javnosti

"Na kraju današnjega sata crtat ćete graf linearne funkcije." I na kraju sata stvarno crtaju. No, za 2 tjedna više ne crtaju. Zašto? "Na kraju današnjega sata računat ćete aritmetičku sredinu." I na kraju sata računaju. No, računanje aritmetičke sredine ostaje samo puko uvrštavanje u formulu bez daljnog promišljanja o upotrebi te formule u obradi i analizi podataka.

Vitruvijev čovjek svjetski je poznati crtež Leonarda da Vincija, a uz taj crtež nalazi se opis proporcija ljudskoga tijela. Tako je prema da Vinciju dlan širine 4 prsta, stopalo širine 4 dlana, visina čovjeka 24 dlana, duljina čovjekova stopala iznosi $1/6$ njegove visine,... Kroz nastavnu godinu u dvije škole prikupljeni su različiti podaci o učenicima koji će nam potvrditi ili opovrgnuti Da Vincićeve proporcije: visinu, masu, duljinu stopala, promjer dlana i raspon ruku. Prikupljeni podaci dani su učenicima na modeliranje, analiziranje i obrađivanje. Učenici su pokušali pronaći ovisnost pojedinih veličina te su ih grafički prikazali u Excelu, određivali su pravac regresije, njegovu jednadžbu i provjeravali proporcije koje je zapisao Leonardo da Vinci. Kako bismo provjerili ili opovrgnuli istinitost njegovih tvrdnji, na radionici ćemo se na računalima pozabaviti analizom podataka. Nastavnici matematike će modelirati u Excelu, a analizirane podatke prikazivati će u različitim grafikonima (stupčasti, linijski i kružni dijagram), kao i linearne, ovisno o zadanim podatcima. Određivat će mjere sredine (mod, medijan i aritmetičku sredinu) i mjere rasipanja. Usporediti ćemo kako dinamički program Geogebra i Excel obrađuju i prikazuju podatke. Isto tako će nastavnici matematike biti predstavljena neka istraživanja koja su napravili učenici Industrijsko-obrtničke škole, a povezana su s obradom, analizom i prikazivanjem podataka.

Ključne riječi: analiza podataka, modeliranje, primjena

Literatura:

1. Pletikosić A., Barišin J., Jukić Matić Lj., Gortan R., Vujsasin Ilić V., Dijanić Ž (2020.): MATEMATIKA 1 - KOMPLET 1. i 2. dio - udžbenik matematike s dodatnim digitalnim sadržajima i zadacima za rješavanje u 1. razredu srednje škole - 3 i 4 sata tjedno, Školska knjiga, Zagreb
2. Dakić B., Elezović N. (2020.): Matematika 2, 1. i 2. dio, udžbenik za 2. razred gimnazija i strukovnih škola (3, 4 ili 5 sati nastave tjedno), Element, Zagreb
3. Brleković K., Zarožinski M. (2020.), Matematika 1, udžbenik matematike u drugom razredu srednje škole sa zadacima za rješavanje - 2 sata tjedno. Školska knjiga. Zagreb
4. Brleković K., Zarožinski M. (2019.), Matematika 1, udžbenik matematike u prvom razredu srednje škole sa zadacima za rješavanje - 2 sata tjedno. Školska knjiga. Zagreb

MATEMATIČKA IGRA ZA SREDNJOŠKOCE – MATOBOJ (priopćenje i radionica 90 minuta)

Željka Zorić, Gordan Radobolja

zzoric@pmfst.hr , gordan@pmfst.hr

Prirodoslovno-matematički fakultet, Sveučilište u Splitu

Djeca uče kroz igru pa nije čudno što se desetljećima istražuje utjecaj igara na dječju motivaciju, učenje i postignuća. Oldfield (1991a) definira matematičku igru kao društvenu aktivnost koja ima svoja pravila, strukturu, a tijekom koje igrači koriste specifična matematička znanja da bi ostvarili postavljeni cilj odnosno svrhu. Korištenjem igara u nastavi, nastavnici kreiraju pozitivno radno okruženje, motiviraju učenike i potiču matematičku diskusiju (Oldfield 1991b; Bragg, 2012). Drugim riječima, korištenje igara u nastavi efikasan je način aktiviranja učenika. Pulos i Sneider (1994) predlažu dodati igre u kurikulum jer pomoću njih na jedinstveni način možemo integrirati kognitivni, afektivni i socijalni aspekt učenja. Zbog svega navedenog mogli bismo pretpostaviti da je upotreba igara jedna od vodećih nastavnih strategija u obrazovanju. Ipak, stvarnost je potpuno drugačija; nastavnici rijetko koriste igre u nastavi matematike (pogotovo u srednjoj školi) jer ih smatraju kaotičnim i zabavnim aktivnostima na koje se troši previše vremena, a bez konkretnog edukativnog utjecaja.

Matoboj je matematička igra pogađanja u kojoj sudjeluju dva tima s po 2 do 4 igrača. U svakom dijeljenju igračima je potpuno nasumično predstavljeno 25 konceptualnih karata na kojima su prikazani matematički pojmovi, simboli, izrazi i crteži. Tijekom igre se kapetani timova izmjenjuju u davanju tragova pomoću kojih bi njihovi suigrači trebali pogoditi koje su kartice njihove. Tim koji je prvi uspio pronaći sve svoje kartice pobjeđuje u igri.

Igranjem Matobaja učenici će na kreativan, domišljat, a opet smislen način povezivati različite matematičke pojmove te razvijati matematičku diskusiju i konceptualno razumijevanje matematike. Igra je zamišljena kao nastavno sredstvo, odnosno pomoć u nastavi i učenju matematike u srednjoškolskom obrazovanju. U priopćenju bismo predstavili Matoboj; ideju, pravila i nastanak igre. Za sve one koji se žele okušati u igranju Matobaja pripremili smo demonstraciju igre i igranje na radionici.

Ključne riječi: igra, konceptualno znanje, matematika, učenička postignuća

Literatura:

1. Bragg, L. A. (2012). The effect of mathematical games on on-task behaviours in the primary classroom. *Mathematics Education Research Journal*, 24(4), 385–401. <https://doi.org/10.1007/s13394-012-0045-4>
2. Oldfield, B. J. (1991a). Games in the Learning of Mathematics: 1: A Classification. *Mathematics in School*, 20(1), 41–43.
3. Oldfield, B. J. (1991b). Games in the Learning of Mathematics Part 2: Games to Stimulate Mathematical Discussion. *Mathematics in School*, 20(2), 7–9.
4. Pulos, S., & Sneider, C. (1994). Designing and Evaluating Effective Games for Teaching Science and Mathematics: An Illustration from Coordinate Geometry. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 16(3), 23–42.

MATEMATIKA I STRUKA U GRADITELJSKOJ TEHNIČKOJ ŠKOLI

Blaženka Žigolić, Marina Bušić Švarbić

blazenka.zigolic@skole.hr, marina.busic-svarbic@skole.hr

Graditeljska tehnička škola Zagreb

Nakon što upiše strukovnu školu, učenik se uz nove matematičke sadržaje susreće i s njihovom primjenom. Na početku svog srednjoškolskog obrazovanja proširuje do tada stečeno znanje, upoznaje nove matematičke sadržaje, ali ih treba i primijeniti na probleme s kojima se susreće u strukovnim predmetima. Kao profesorice s dugogodišnjim stažem u Graditeljskoj tehničkoj školi, odlučile smo pomoći našim učenicima da povežu sadržaje naučene na matematici s boljim razumijevanjem i rješavanjem problema koje susreću u struci. Promjene koje su nastupile u obrazovanju dopuštaju nam promjene redoslijeda tema i vrsta problemskih zadataka.

Svaka struka ima svoju problematiku, pa tako i graditeljska. Matematičko gradivo s kojim se učenici susreću u strukovnim predmetima Graditeljske tehničke škole kreću se od onih koji se pojavljuju u svim strukama, npr. *jednadžbe* kao formule ili *potencije* u računanju s mernim jedinicama, do specifičnih u graditeljskoj struci, npr. *omjeri* kao mjerila sila ili crtanje u mjerilu tj. odnos izmjerениh i nacrtanih veličina na programima, *vektori* kao smjer i veličina djelovanja sile, *zbrajanje vektora* kao poligon sila i rastavljanje sila, *trigonometrijski omjeri* u metodi projekcije sila i analitičkom postupku određivanja rezultante.

S obzirom na to da najviše dodirnih točaka ima u prvom razredu, GIK za prvi razred posložen je tako da prvo obradimo teme s kojima će se naši učenici prvo susresti u struci. Na taj im način želimo dati osnovnu matematičku podlogu i upoznati ih s primjenom, te riješiti neke specifične primjere. Zato započinjemo s izbornim ishodima - računanje s realnim brojevima i računanje s vektorima, a nastavljamo s trokutom i primjenom trigonometrijskih omjera. Važno je naglasiti i razliku u terminologiji u matematici i struci koja je posebno naglašena kod vektora. Zadaci koji nam služe kao primjeri uzeti su iz udžbenika za nosive konstrukcije kojim se učenici koriste.

Suvremeni način poučavanja podrazumijeva raznolikost metoda i rada s učenicima, a naglasak je na učenju kao cjelovitom procesu. U ovom ćemo predavanju navesti konkretnе probleme koje obrađujemo na satu.

Na ovaj način htjeli smo postaviti dobru međupredmetnu korelaciju i putokaz za nastavu matematike kada i kako obraditi neke teme da bi uspjeh bio bolji. Upoznale smo nastavnike strukovnih predmeta u našoj školi s time kada i kako obrađujemo sadržaje njima potrebne, te

navele primjere zadataka iz struke koje i mi rješavamo. To je i njima putokaz da bi znali koji su ishodi obrađeni i kada, te na koji način. Povezujući gradivo više predmeta uz razumijevanje i primjenu puno je lakše učiti i povezivati, a to nam je glavni cilj kad su u pitanju naši učenici.

Ključne riječi: međupredmetna korelacija, nosive konstrukcije, omjeri, trigonometrijski omjeri, vektori

Literatura:

1. Behaim, B. (s.a.): Opterećenje silama 1, SUPRANET, Zagreb
2. Behaim, B. (s.a.): Opterećenje silama 2, SUPRANET, Zagreb

Zometool u tri čina (POSTER)

Ljubica Jerković

ljubica.jerkovic@skole.hr

Gimnazija Metković

Za ispravno formiranje matematičkih koncepata nije dovoljno dati definiciju i nekoliko primjera, već učenike treba svjesno uključiti u njihovu izgradnju putem osobnog iskustva. Posebne se poteškoće javljaju kod učenja i poučavanja geometrije pa će aktivno učenje sa Zometoolom (“hands on” učenje) zasigurno pomoći pri identificiraju i otklanjanju niza miskonceptacija.

- Što su pravilni mnogokuti? Predstavite ih modelom i zapišite za svakoga pojedinačno sve što o njemu znate.
- Što je prizma? “Prizma je u osmom razredu bila *online*, iz toga sam lako dobio peticu, ali ne znam što je to.“ I. P.
- Jednostavno se mogu napraviti modeli Platonovih tijela i uočiti temeljne značajke. Zašto ih je samo pet?
- Umijemo li se matematički jasno izraziti? Znamo li napraviti model i dovoljno jasno opisati što smo napravili tako da netko drugi može po našim uputama napraviti identičan model?

Učenici su se već sreli s većinom navedenih pojmove i koncepata, no sad uvelike rade sami, a glavna aktivnost nastavnika je podupiranje (eng. scaffolding).

Ključne riječi: Zometool, mnogokuti, poliedri

Literatura:

1. <https://www.zometool.com/instructions/>
2. https://www.zometool.com/content/lessonplan_2002-2010edition.pdf
3. https://meria-project.eu/sites/default/files/2017-11/MERIA%20Practical%20Guide%20to%20IBMT_HRV.pdf