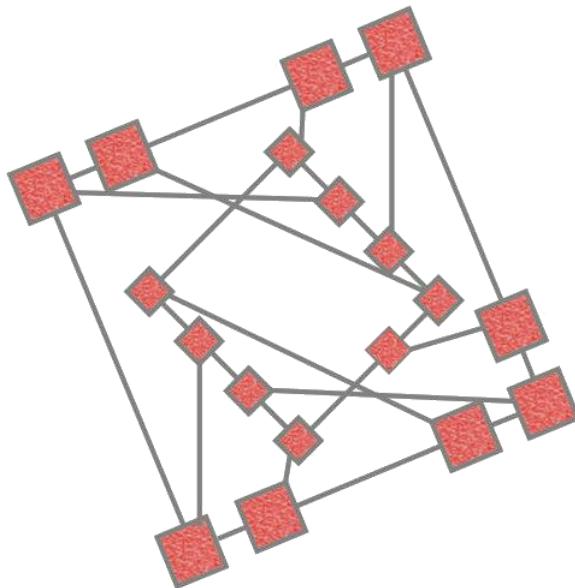


# HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO



## 9. KONGRES NASTAVNIKA MATEMATIKE REPUBLIKE HRVATSKE

Zagreb, 5. – 6. srpnja 2022.

**SEKCIJA PREDMETNE NASTAVE**

# MISKONCEPCIJE STUDENATA O MATEMATIČKIM POJMOVIMA OBRAĐENIM U VIŠIM RAZREDIMA OSNOVNE ŠKOLE

**Suzana Antunović, Kristina Marušić**

suzana.antunovic@gradst.hr, pleic.kristina@gmail.com

Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Osnovna škola Stobreč

Gotovo je nemoguće izgraditi kvalitetno matematičko znanje i razumijevanje bez dobrih temelja. Pogreške koje se sve češće pojavljuju kod učenika i studenata pokazuju nerazumijevanje osnovnih matematičkih koncepata poput razlomaka, negativnih brojeva i korijena. Nije riječ samo o pogreškama koje su rezultat nepažnje pojedinca, nego o duboko ukorijenjenim miskonceptcijama koje se javljaju kroz cijele generacije i onemogućavaju kvalitetan razvoj dalnjeg obrazovanja. Jednom kad miskonceptcije identificiramo, moguće je raditi na njihovu sprječavanju i pokušaju ispravljanja.

Cilj ovoga rada je identificirati i analizirati česte miskonceptcije koje se pojavljuju kod studenata uvodnih kolegija na tehničkim fakultetima. Analizirano je 1000 testova studenata na matematičkim kolegijima na visokoobrazovnoj instituciji u Splitu u razdoblju od veljače 2017. do rujna 2021. Svi studenti prije upisa na fakultet položili su višu razinu državne mature iz matematike. U ovom radu izdvojene su miskonceptcije i pogreške vezane uz pojmove obrađene u višim razredima osnovne škole (negativni brojevi, razlomci, potencije i korijeni) koje su se pojavile u barem 20 % analiziranih testova.

Rezultati ovog rada navode nas na ključna pitanja: Jesu li nastavnici svjesni miskonceptcija koje učenici nose sa sobom u daljnje obrazovanje? Je li moguće nastavu prilagoditi tako da se miskonceptcije u velikom broju izbjegnu?

**Ključne riječi:** matematika, miskonceptcije, pogreške

## Literatura

1. Naseer, M.S. (2015): „Analysis of Students Errors and Misconceptions in pre-University Mathematics Courses“, Proceeding ICTL 2015, Malaysia, str. 34-29.
2. Schnepper, L.C., McCoy, L.P. (2013.): „Analysis of misconceptions in high school mathematics“, Networks, vol. 15, br. 1
3. Welder, R. M. (2012): „Improving algebra preparation: Implications from research on student misconceptions and difficulties“, School Science and Mathematics, vol. 112, br. 4, str. 255-264.

## MATEMATIKA – JEZIK KOJIM GOVORI FIZIKA

Sandra Bašić Kantolić, Irena Bajzek Anić

sandra.basic-kantolic1@skole.hr, irena.bajzek-anic@skole.hr

Osnovna škola Silvija Strahimira Kranjčevića, Zagreb

Učenici se s fizikom po prvi put susreću u sedmom razredu svog osnovnoškolskog obrazovanja. Nakon primarnog oduševljenja novim predmetom, nailazimo na poteškoće koje se uglavnom odnose na matematičku interpretaciju fizikalnih problema. Učenici svoje već usvojene matematičke vještine, ako ih učitelj fizike ne navodi, ne povezuju sa sadržajima u fizici. Tema našeg izlaganja upravo je usmjeravanje naših učenika na zaključak kako je matematika - jezik kojim govori fizika.

Djelomično rješenje vidimo u konkretnoj suradnji učitelja matematike i fizike na razini škole, i to na samom početku školske godine, usklađivanjem *Godišnjih izvedbenih kurikuluma* obaju predmeta.

Budući da smo same uočile ovaj problem, započele smo ovu vrstu suradnje na početku školske godine kako bismo djeci olakšale i osigurale da se matematički sadržaji koji su potrebni u fizici obrađuju ili ponove na satu matematike kroz primjere iz fizike.

Našu suradnju s konkretnim temama odlučile smo u izlaganju podijeliti kao primjer dobre prakse suradnje učitelja matematike i fizike.

**Ključne riječi:** mjerenje, ploština, volumen, preračunavanje mjernih jedinica, vektor, sila, jednadžbe

### Literatura:

1. Paić, G., Bošnjak, Ž., Čulina B., Grgić N. (2020): MATEMATIČKI IZAZOVI 7, Alfa d.d., Zagreb

2. Paić, G., Bošnjak, Ž., Čulina B., Grgić N. (2020): MATEMATIČKI IZAZOVI 8, Alfa d.d., Zagreb
3. Prelošek Peroš S., Milotić B., Aviani I. (2021): OTKRIVAMO FIZIKU 7, ŠK, Zagreb
4. Prelošek Peroš S., Bagić Ljubičić J., Milotić B., Aviani I. (2021): OTKRIVAMO FIZIKU 8, ŠK, Zagreb
5. Paar V., Ćulibrk T., Martinko S. (2020): FIZIKA OKO NAS 7 i 8, ŠK, Zagreb

## POMETIMO VEKTORE

**Jelena Bekavac Krčadinac**

jelena.bekavac1@skole.hr

Osnovna škola Čučerje

U svakodnevnom životu često poistovjećujemo značenje riječi *smjer* i *orientacija*. Da bih na razumljiv i zabavan način učenicima objasnila matematički smisao tih pojmoveva, odlučila sam ključne pojmove iz cjeline *Vektori i translacija* prezentirati s tri metle.

Nastavna pomagala su dvije metle jednakih duljina i jedna metla različite duljine. Metodom razgovora i metodom demonstracije razvijaju se radoznalost, naslućivanje i otkrivanje značenja osnovnih pojmoveva o vektorima: duljina, smjer i orientacija.

Nakon što se usvoji da metle koje su usporedne imaju isti smjer, a da položaj dlačica na metli određuje orientaciju metle, metodom razgovora i metodom demonstracije, igrajući se s raznim položajima triju metli, rješavamo primjere s vektorima  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$  u kojima učenici prepoznaaju vektore istog smjera (kolinearne vektore), vektore suprotnog smjera, vektore iste duljine, jednakе vektore i suprotne vektore.

Zbrajanje dvaju ulančanih vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  po pravilu trokuta prezentiram metenjem papirnate loptice prvo za vektor  $\vec{a}$ , a zatim za vektor  $\vec{b}$ .

Translaciju trokuta za zadani vektor  $\vec{a}$  prezentiram uzimanjem školskog trokuta i njegovim pomicanjem u smjeru metle, na stranu gdje su dlake metle, za duljinu metle (metla predstavlja vektor  $\vec{a}$ ). Učenici na ovaj način shvate da translacijom predmet nije promijenio oblik (ostao je sebi sukladan) i da su svi vrhovi trokuta translatirani za vektor  $\vec{a}$ .

Vektori učenicima predstavljaju apstraktan pojam, a predočavanjem glavnih karakteristika vektora na metlama postiže se zornost koja im ostaje za cijeli život. Smijeh i opuštenost na satovima „metenja vektora“ doprinose pozitivnom stavu o smislenosti matematičkih sadržaja.

**Ključne riječi:** vektori, translacija za zadani vektor, zbrajanje vektora.

**Literatura:**

1. Zvonimir Šikić, Vesna Draženović Žitko, Iva Golac Jakopović, Branko Goleš, Zlatko Lobor, Maja Marić, Tamara Nemeth, Goran Stajčić, Milana Vuković: MATEMATIKA 7 - udžbenik matematike za sedmi razred osnovne škole, 1. svezak

## Kako motivirati Pericu iz zadnje klupe?

Damir Belavić

dbelavic@gmail.com

OŠ Ludina, Velika Ludina

U nastavi matematike često se susrećemo s učenicima koji nisu motivirani, a smatram da je motivacija jedan od glavnih pokretača učenja. Mi (nastavnici) ne možemo znanje ulijevati u učenike, ali možemo stvoriti pozitivnu atmosferu i motivirati učenike na aktivno sudjelovanje na nastavi, što i jest glavni preduvjet učenja.

Često u literaturi i na internetu nailazimo na razne metode koje nas upućuju kako poučavati i bolje organizirati nastavni proces i sl., ali ponekad to ostane samo na početnom entuzijazmu koji nakon nekog vremena presuši i usahne, iako povremeno znamo preuzeti neke metode i sitnice i ugraditi ih u svoju nastavu. Tako sam i ja prije više godina naišao na jedno motivirajuće TED predavanje, pogledao ga, oduševio se i, hm..., nakon nekog vremena zaboravio ga, iako sam negdje u podsvijesti stalno imao ideje koje su me vodile u nastavi. No, poslije nekoliko godina opet sam pronašao te ideje i pokušao ih aktivno primijeniti u nastavi.

To znači da se sada vodim kroz pet principa za uspješno poučavanje koji su predstavljeni u TED izlaganju. To su: 1. Počnite s pitanjem, 2. Učenici trebaju vrijeme za razmišljanje, 3. Mi (učitelji) nismo strojevi za odgovore, 4. Recimo "da" idejama učenika, 5. Igrajmo se.

To znači da gotovo svaki sat matematike započinjem pitanjem. Ponekad je to provokativno pitanje, ponekad je to samo klasičan matematički problem koji se radi u tom gradivu predstavljen kroz pitanje, a ponekad i samo slika. U ovom izlaganju predstavit ću konkretnе ideje od 5. do 8. razreda koje sam koristio na nastavi, a koje su motivirale moje učenike na aktivnije sudjelovanje u nastavi matematike. Izložit ću ideju kako postaviti pitanje da bude smisleno i motivirajuće, i kako učenicima omogućiti vrijeme za razmišljanje u našem školskom sustavu. Prikazat ću i neke učeničke odgovore na pitanja, tako da možete vidjeti kako i u kojem se me smjeru odvela njihova razmišljanja te koliko mogu biti različita od razreda do razreda.

Metoda se pokazala iznimno uspješnom u motivaciji učenika, posebno onih koji sebe smatraju neuspješnima u matematici. Učenici su općenito bili motivirani i slobodniji u izražavanju na satu matematike, a neke kolege s kojima sam podijelio svoja razmišljanja također su mi pozitivno pričali o svojem iskustvu s tom idejom. U takvoj pozitivnoj atmosferi učenici su bili motivirani i radili više nego inače.

**Ključne riječi:** motivacija, pitanje

**Literatura:**

1. Five Principles of Extraordinary Math Teaching | Dan Finkel | TEDxRainier,  
<https://youtu.be/ytVneQUA5-c>
2. <https://mathforlove.com/> (19.4.2022.).

## GeoGebra razred i postavljanje pitanja - radionica

Damir Belavić

dbelavic@gmail.com

OŠ Ludina, Velika Ludina

Digitalna tehnologija može nam puno pomoći u poučavanju, ali isto tako može i odmoći ukoliko nismo adekvatno pripremljeni. Kako koristiti digitalnu tehnologiju, a da ima smisla i da učenici stvarno nešto nauče? Sada kada smo već svi duboko zagribili u razne digitalne alate koji nam pomažu u nastavi, dolazimo do pitanja njihova smisla. Početni entuzijazam nas i učenika malo je splasnuo i koliko god smo se u početku i mi i učenici igrali s nekim digitalnim alatima i uživali u tome, sada smo došli do točke gdje bismo ih trebali konstantno upotrebljavati sa smisлом i razumom u svrhu poučavanja matematičkih sadržaja.

Osim što ćemo se baviti tehničkim pitanjima kreiranja aktivnosti i otvaranja GeoGebra razreda te njihovim funkcionalnostima, na radionici ćemo pokušati ponuditi i neke konkretne primjere o postavljanju pitanja unutar aplikacije. Jer, u digitalnim aplikacijama potrebno je postavljati pitanja na malo drugačiji način – to moraju biti pitanja koja će imati smisla i koja će biti rješiva unutar aplikacije korištenjem matematičkih zakonitosti.

Također, prilikom korištenja aplikacije GeoGebra razreda potrebno je voditi računa o tome na kojem će uređaju učenici rješavati zadatke. Jer nije isto rješavati zadatke u informatičkoj učionici na računalima i na učeničkim tabletima ili na pametnim telefonima. Ali za svaku vrstu uređaja možemo osmisiliti odgovarajuća pitanja koja će učenici moći rješavati i gdje ćemo mi moći vidjeti što su i kako radili.

U ovoj radionici polaznici će naučiti

- izraditi i oblikovati aktivnost u GeoGebri
- izraditi aktivnosti i napraviti GeoGebra razred
- dodati učenike u GeoGebra razred
- pregledavati rade učenike u realnome vremenu
- postaviti dobra pitanja za GeoGebra
- pripremiti pitanja za određeni uređaj
- raspraviti o ponuđenim pitanjima i ponuditi svoja pitanja

Nije potrebno nikakvo iskustvo u korištenju GeoGebre, ali je poželjno da polaznici prije radionice naprave račun na stranici [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).

**Ključne riječi:** geogebra razred, postavljanje pitanja

**Literatura:**

1. <https://www.geogebra.org/m/hncrgruu>

## IMAJU LI PODATCI SMISLA?

Ivan Benić, mag. educ. math. et info.

ivan.benic2@skole.hr

Elektrotehnička i ekomska škola Nova Gradiška

Kurikulumom nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije te za srednje strukovne škole na razini 4.2. u nastavu matematike uvedeni su Podatci, statistika i vjerojatnost kao jedno od područja poučavanja. Domena Podatci, statistika i vjerojatnost bavi se prikupljanjem, razvrstavanjem, obradom, analizom i prikazivanjem podataka u odgovarajućem obliku. U današnje je vrijeme od iznimne važnosti vertikalno razvijanje matematičke pismenosti kod učenika tijekom školovanja te razvijanje kritičkog mišljenja i ispravne interpretacije podataka koje nam mediji, različiti instituti za društvena istraživanja te agencije za istraživanja tržišta i javnog mišljenja svakodnevno prikazuju.

U ovom je radu prikazan način na koji se u praksi, kroz projektnu nastavu, mogu ostvariti ishodi nastavne cjeline Podatci. Uz odmak od udžbenika i frontalne nastave matematike, poseban je naglasak stavljen na matematiku izvan učionice, modeliranje problema te ispravno interpretiranje i smislenost dobivenih rezultata tijekom provođenja projekta.

Učenici su, podijeljeni u parove, birali između dvadesetak ponuđenih zadataka (analiza inicijalnih mjerena na nastavi TZK, analiza srednjih dnevnih temperatura, analiza popisa stanovništva, analiza prosječne plaće u Hrvatskoj i sl.). Podatke su prikupili samostalno te ih obradili uz pomoć tehnologije, a za dobivene rezultate koristili su odgovarajući prikaz. Sve dobivene rezultate i prikaze učenici su interpretirali i opisali riječima pazеći pritom na matematički jezik i komunikaciju. Nakon javne prezentacije podataka učenici su međusobno vrednovali radove vodeći računa o ključnim pitanjima: *Jesu li u prezentaciji korišteni odgovarajući prikazi podataka? Jesu li podatci korektno obrađeni? Jesu li prilikom obrade podataka izračunati svi smisleni statistički parametri (aritmetička sredina, mod, medijan, kvartili, standardna devijacija...)? Jesu li statistički parametri ispravno interpretirani? Jesu li učenici prilikom prezentacije korektno koristili matematički jezik? Jesu li svi dobiveni podatci smisleno interpretirani?* S obzirom na prirodu zadatka i način obrade ove nastavne cjeline, projektni zadatak moguće je vrednovati po sva tri elementa vrednovanja opisana Kurikulumom.

Projekt je pokazao da su stavljanjem matematike u svakodnevni, konkretni kontekst, učenici koji inače postižu lošije rezultate na redovnoj nastavi značajno više motivirani za rad. Nadalje, i učenici s teškoćama u učenju u rezultatima su ostvarili bolji ishod od očekivanog, a podatke su prikazali na njima prihvatljiv i razumljiv, ali i, što je najvažnije, matematički korektan način.

**Ključne riječi:** podatci, projektna nastava

**Literatura:**

1. Kurikulumi nastavnih predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije i Matematika za srednje strukovne škole na razini 4.2.

## CPA metoda u učionici

**Tea Borković, Antonija Capan**

tea.borkovic@gmail.com, antonija.capan3@gmail.com

Osnovna škola Grabrik, Karlovac

U našem izlaganju prikazat ćemo CPA metodu rada ili takozvanu Singapursku metodu. Činjenica je da mladi singapski matematičari na testiranjima postižu izrazito visoke rezultate, te da je Singapur po rezultatima u samom vrhu na PISA i TiMSS testiranjima. Metoda je razvijena na temeljima istraživanja psihologa Jeromea Brunera koji se bavio učenjem i poučavanjem još 1966. godine na Harvardu.

Djeca su u osnovnoj školi još uglavnom u konkretnoj fazi razvoja. To podrazumijeva da velikoj većini apstraktni matematički pojmovi predstavljaju svojevrstan problem te se njihovo učenje matematike u nemalom broju slučajeva svodi na čisto zapamćivanje i reprodukciju zapamćenog bez povezivanja s konkretnim modelom. Pamćenje određenog broja podataka ili postupaka kako se razlikuje od sustavnog i konceptualno osmišljenog poučavanja. Prije svega potrebno je razviti osnovne koncepte poput koncepta količine ili broja. Razvijamo li koncept od nižih razreda prema višima od konkretnog prema apstraktnom, učenici će ga razumjeti i pohraniti u trajno pamćenje jer su kroz njega prolazili iskustveno.

Sustavno razvijanje koncepata u matematici poželjno je provoditi s konkretnim materijalima i modelima poput didaktičkih kocaka ili modela. Pritom je bitno da se metodu ne primjenjuje u tri koraka u svakoj nastavnoj jedinici, već da se njena primjena planira za određeni period, bio to sat, blok sat, tjedan, mjesec, cijelina ili čak polugodište. Učenike se vodi od konkretnih jasnih i razumljivih modela pomoću kojih rješavaju neki problem do njihova prikazivanja crtežom kako bi na kraju to mogli s razumijevanjem zapisati i apstraktnim simbolima i matematičkim formulama.

Ključni korak u provedbi metode samostalni je rad učenika prilikom razmatranja problema koji se može provoditi kao rad u paru, grupni ili samostalni rad. Poželjno je da taj samostalni rad ipak podrazumijeva određenu interakciju među učenicima kako bi oni imali priliku razmijeniti ideje ili do njih doći uz pomoć svojih vršnjaka. Učenicima koji imaju izuzetne sposobnosti to je prilika da razmotre više različitih načina na koji mogu riješiti konkretni problem.

Prikazat ćemo primjere provedbe metode kroz ostvarivanje ishoda vezanih uz razvoj koncepta mjernih jedinica prema našem kurikulumu primjenom didaktičkih pomagala.

**Ključne riječi:** CPA metoda, konceptualno poučavanje, suradničko učenje

**Literatura:**

1. Leung, F. K. S. (2001). In search of an East Asian identity in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 47(1), 35-51.
2. Towards a Theory of Instruction, Jerome Bruner, Harvard University Press, 1966.
3. <https://thirdspacelearning.com/blog/concrete-pictorial-abstract-maths-cpa/> (pristupljeno 20.4.2022.)

## DRUŠTVENE IGRE U NASTAVI MATEMATIKE – radionica

**Tea Borković, Antonija Capan**

tea.borkovic@gmail.com, antonija.capan3@gmail.com

Osnovna škola Grabrik, Karlovac

Polaznici će upoznati neke društvene igre za koje nije potreban nikakav ili treba minimalan materijal, a koje se mogu aktivno koristiti na satovima ponavljanja matematike. Polaznici će saznati pravila i isprobati svaku od predviđenih igara, s naglaskom na primjenu u nastavi. Također, bit će u mogućnosti u paru ili grupi kreirati svoje postavke predloženih igara. Prednosti korištenja društvenih igara su mnoge. Iako učenici smatraju da se igraju i sretni su jer nemaju klasičan nastavni sat, zapravo aktivno sudjeluju u učenju i ponavljanju. Primorani su koristiti do tada stečeno znanje i imaju pozitivniji stav prema igri nego prema „ozbilnjom“ učenju. Aktivnost u igri veća je nego u drugom obliku učenja, a učenici su povećane motivacije i interesa. Igra je djelotvornija od učenja uz korištenje teksta ili izlaganja, pri čemu sadržaje usvojene na taj način djeca dulje pamte i lakše primjenjuju.

Primjerice, u igri pod nazivom “Ah, hm, oh” učenici moraju bez zastajkivanja govoriti o zadanoj temi dok im nastavnik štopericom mjeri vrijeme. Pobjednička ekipa je ona koja je najdulje govorila o zadanoj temi. Zamislite samo koliko spretan pojedini učenik mora biti da bez zastajkivanja govari o cijelim brojevima ili koordinatnom sustavu. Puni potencijal mogu ostvariti kad bi im se na sljedećem satu omogućilo da pokušaju poboljšati svoje vrijeme uz mogućnost vježbe kod kuće. Svaki bi učenik pokušao svladati i onu najgoru lekciju koja mu zadaje probleme samo da bude što bolji ili najbolji.

Svjesne smo da su igre sjajne za djecu, ali primjena igara u nastavi zahtijeva velik angažman nastavnika uz minimalnu pripremu. Predstavit ćemo nekoliko takvih igara koje ne koristimo toliko često u školama, a koje mogu potaknuti razvoj natjecateljskog duha, stvaranje snažnijih veza među učenicima i, naravno, učenje novih sadržaja. Svaki će polaznik biti u “koži” učenika, igrati se, zabaviti te vidjeti na koji način naučeno primijeniti u svojoj učionici.

Želimo pokazati kako ciljano probrane igre mogu potaknuti učenike na brže i kvalitetnije svladavanje nastavnoga gradiva. Nastavnik preuzima ulogu motivatora, potiče učenike na aktivno učenje, pri čemu ima mogućnost boljeg upravljanja razredom. Želimo s drugim nastavnicima podijeliti primjer dobre prakse, razmijeniti iskustva i pokazati im kako zabava, igra i učenje idu zajedno.

**Ključne riječi:** igre, ponavljanje, matematika

## Matematika u umjetnosti

**Renata Brkanac, Vesna Škreb Salamunić**

renata.brkanac@skole.hr, vesna.skreb@skole.hr

OŠ Cvjetno naselje, Zagreb

Matematika u umjetnosti ili kako ne baš lagane matematičke i fizičke pojmove poučavati pomoću likovne umjetnosti? Mjerenje, omjer, površina, postotak, procjena... gdje se sve kriju razmjeri i postotci? I tko zna naslikati najljepšu matematičku sliku?

Jedan od glavnih problema s poučavanjem matematike (i fizike) u višim razredima osnovne škole motivacija je učenika onih koji su u tim predmetima i inače slabiji, ali nažalost sve više i onih izvrsnih. Povezivanje više različitih predmeta (u ovom slučaju Matematike, Fizike i Likovne kulture) kroz jednu temu (u ovom slučaju to su bile površine) pridonosi motivaciji učenika, a organizacija rada u grupama dopušta svim učenicima da ostvare svoje potencijale te kroz različite aktivnosti razvijaju više vještina za 21. stoljeće: kritičko mišljenje, komunikaciju, suradnju, kreativnost, što je sve u skladu s odgojno-obrazovnim ciljevima učenja i poučavanja predmeta Matematika ([NN 7/2019](#): Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj), i Fizika ([NN 10/2019](#): Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Fizike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj).

U ovom kratkom predavanju pokazat ćemo kako smo osmislice i provele scenarij učenja *Matematika u umjetnosti* kreiranom u sklopu MOOC tečaja Europeana in your classroom, u rujnu 2019. objavljenom na Europeana blogu: <https://teachwiththeeuropeana.eun.org/learning-scenarios/mathematics-in-art-en-cur-141/>.

Scenarij učenja uključuje različite aktivnosti vezane uz mjerenje (elementi umjetničkih djela), računanje površina, omjera, postotaka, procjene veličina te na završnom satu i kreativan likovni rad (crtanje ili slikanje, vezano uz zadani omjer, postotak ili površinu jedne odabrane boje), rješavanje kviza (Postotci – procjena površine: [Kahoot - postotci u umjetnosti](#)) te vršnjačko vrednovanje.

Provedene aktivnosti pokazale su da su učenici ovakvim načinom učenja motivirani, aktivnije se uključuju i oni učenici koji se obično ne smatraju dobrima u matematici i fizici, a radom u grupi svaki učenik može pokazati svoje jake strane. Nadalje, bitni matematički i fizički pojmovi povezuju se međusobno i s objektima iz svakodnevnog života (ili umjetnosti) te ostaju potpunije shvaćeni i čvršće i trajnije upamćeni.

**Ključne riječi:** fizika, integrirano učenje, matematika, umjetnost

**Literatura:**

1. [NN 10/2019](#): Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Fizike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj
2. [NN 7/2019](#): Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj
3. <https://teachwitheuropeana.eun.org/learning-scenarios/mathematics-in-art-en-cur-141/>  
(12. 9. 2019.)
4. <https://teachwitheuropeana.eun.org/learning-scenarios/> (19. 4. 2022.)

## „2 u 1“

**Marica Brzica, Mirjana Kovačević Bašić**

marica.brzica@skole.hr,

mirjana.kovacevic-basic@skole.hr

OŠ Visoka, OŠ Žnjan-Pazdigrad, Split

Tijekom pandemije nastava Matematike suočila se s višestrukim problemima. Najveći izazov stvorio je izostanak direktnog, živog kontakta učitelja s učenicima prilikom uvođenja novih matematičkih pojmljiva te shvaćanja matematičkih koncepcata. Važnost živog kontakta bitna je učitelju i u procesu vrednovanja za učenje, a pogotovo učenicima u procesu samovrednovanja i vršnjačkog vrednovanja. Online nastavom izgubio se model učenika koji uspješno usvaja odgojno-obrazovne ishode, a prema kojemu ostali učenici mogu procijeniti svoj proces učenja i samovrednovati se.

Učenje matematike prilagođava se sastavu svakog pojedinog razreda te matematičkim kompetencijama svakog pojedinog učenika u razredu. S obzirom na to da smo tijekom pandemije izgubili neposredan kontakt s učenicima, trebalo je pametno promisliti o mogućnostima i karakteristikama digitalnih alata. Između brojnih mogućnosti trebalo je odabrati alat koji će omogućiti direktnu interakciju učitelja i učenika, mogućnost formativnog vrednovanja tijekom svih faza sata te mogućnost samorefleksije učitelja u svakom trenutku. Nama, matematičarima, važna je i dobro razvijena matematička notacija alata koja će omogućiti korištenje resursa alata unutar bilo koje nastavne teme. Također, trebalo je postići nastavu koja nije usmjerena samo na računanje i procedure, već onu nastavu kod koje bi konačno znanje učenika trebalo biti utemeljeno na razumijevanju ideja i koncepcata.

Idealan alat koji nam je omogućio sve navedeno je *Quizizz*. Alat *Quizizz* pruža mogućnost izrade kvizova i testova koji se mogu igrati u realnom ili odgodjenom vremenu. Matematička notacija izvrsno je razvijena, a samo sučelje vizualno je efektno i jednostavno za snalaženje. Najvažniji dio platforme je mogućnost izrade lekcija unutar kojih možemo, tijekom faze sata kad želimo, formativno vrednovati trenutno razumijevanje ili znanje učenika, postavljati pitanja i zadatke na koje učenici odgovaraju odmah. Istovremeno učitelj na svom računalu dobiva pojedinačnu i skupnu povratnu informaciju o situaciji u razredu te može nastaviti s nastavnim satom u skladu s dobivenom informacijom. U lekcije je moguće ugraditi bilo koju web stranicu koja može olakšati uvođenje nekih matematičkih koncepcata (npr. Geogebra). Tijekom cijelog sata učenici su aktivno uključeni. Odgovaraju na pitanja, rješavaju kvizove, navode nedoumice i postavljaju pitanja. Uz podršku bilo kojeg videokonferencijskog alata, *Quizizz* lekcije odlično simuliraju nastavni sat Matematike uživo.

Rezultati korištenja „2 u 1“ resursa *Quizizz* alata, kvizova i lekcija su odlični. Uočili smo da su učenici tijekom online nastave usvojili potrebne odgojno-obrazovne ishode na gotovo istoj razini kao i u nastavi uživo. Štoviše, odgovaralo im je što su kontinuirano bili vrednovani tijekom nastavnog sata jer su se lakše samovrednovali i mogli su u realnom vremenu dobiti odgovor na moguće nedoumice. *Quizizz* se također odlično uklapa i u klasičnu nastavu koja se održava u učionicama – videokonferencijski alat zamijenjen je učionicom, a učenici surađuju putem svojih mobitela ili tableta.

Našim je učenicima prirodno korištenje digitalnih alata, no potrebno je pametno isplanirati njihovo korištenje u svrhu razumijevanja matematičkih ideja i koncepata. Pridružite li se radionici, nadamo se da ćemo vam uspješno prenijeti svoja iskustava u radu s ovim alatom, prikazati sve njegove mogućnosti i prednosti, a možda i vi dobijete ideje kako ga koristiti u svome radu.

**Ključne riječi:** interakcija, lekcije, vrednovanje

**Literatura:**

1. <https://support.quizizz.com/hc/en-us> (20.3.2022.)

## Matematički prikazi – alati za rješavanje problema, matematičko rasuđivanje i komunikaciju

prof. dr. sc. Aleksandra Čižmešija

Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odsjek  
cizmesij@math.hr

Da bi razvili konceptualno i tzv. relacijsko razumijevanje matematike, tj. izgradili bogatu i povezanu mrežu matematičkih koncepata i postupaka te u svakoj matematičkoj aktivnosti bili u stanju odgovoriti na pitanje što rade i zašto, u nastavnom procesu učenicima treba pružiti što je moguće više prilika za samostalno individualno i timsko istraživanje, eksperimentiranje, naslućivanje, otkrivanje, oblikovanje, prikazivanje, opisivanje, objašnjavanje, argumentiranje, provjeravanje, potvrđivanje, dokazivanje, odbacivanje ili opovrgavanje te razvoj i primjenu matematičkih ideja, kao i za zaključivanje o njima.

Kako bi broj i kvaliteta uspostavljenih veza između nove i već postojećih ideja bili što veći, učenicima je važno dati priliku da o istoj matematičkoj ideji, odnosno konceptu, razmišljaju i predstavljaju je na percepcijski različite načine, tj. primjenom različitih matematičkih prikaza, kao što su slike, grafovi, dijagrami i tablice, pisani simboli, govorni jezik, stvarne situacije, odnosno konteksti, te modeli i učila (fizički objekti i alati). Istraživanja pokazuju da učenici s poteškoćama pri prevođenju koncepta iz jednog prikaza u drugi imaju poteškoće i pri rješavanju matematičkih problema te razumijevanju računskih operacija i računanja. Prema tome, jačanje sposobnosti fleksibilne promjene prikaza pozitivno utječe na učeničko razumijevanje matematičkih koncepata, ali i na njihovu retenciju. Uz teorijski uvod, na predavanju će biti predstavljeni konkretni primjeri različitih prikaza matematičkih koncepata iz svih sadržajnih domena osnovnoškolske matematike te ideje za korake i učeničke aktivnosti pri njihovom istraživanju. Najveća pažnja bit će posvećena produktivnoj uporabi matematičkih modela i učila.

**Sudionici:** Predavanje je namijenjeno nastavnicima matematike u osnovnoj školi.

## Vrednovanje kao učenje i organizacija aktivne nastave koja ga omogućava

prof. dr. sc. Aleksandra Čižmešija i Sanja Stilinović

Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odsjek  
cizmesij@math.hr

### RADIONICA (120 min)

**Sažetak.** Kako bi kontinuirano poboljšavao svoje učenje i uspješno gradio svoju matematičku kompetenciju, učeniku je potrebno pružati pravovremene, konstruktivne i usmjeravajuće povratne informacije o njegovom matematičkom znanju te sposobnostima i vještinama upotrebe matematike. Stoga je važna zadaća nastavnika matematike organizirati nastavni proces koji to omogućava. U radionici će biti prezentirani konkretni primjeri organizacije nastavnog sata i učeničkih aktivnosti iz različitih matematičkih sadržajnih domena usmjerenih na formativno vrednovanje kao učenje. Od sudionika se očekuje aktivno sudjelovanje i rad u skupinama.

**Sudionici.** Najviše 40 sudionika. Radionica se može prilagoditi osnovnoj i srednjoj školi.

## **Modeli i učila – važan alat u razvoju konceptualnog razumijevanja matematike**

**prof. dr. sc. Aleksandra Čižmešija i Sanja Stilinović**

Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odsjek  
cizmesij@math.hr

**Sažetak.** Termin *model* za matematički koncept označava bilo koji objekt, sliku ili crtež koji predstavlja taj koncept ili na kojem se mogu prepoznati odnosi i veze koje taj koncept ima s drugim matematičkim konceptima. Primjerice, to su modeli duljine te površine kruga i pravokutnika za koncept razlomka, model temperature za koncept cijelog broja te model vage jednakih krakova za koncept jednakosti dvaju realnih brojeva. Njihove fizičke realizacije su matematička učila – fizički objekti dizajnirani tako da eksplisitno i konkretno predstavljaju apstraktne matematičke ideje, a učenici njima mogu baratati u različitim praktičnim iskustvima učenja. Dobro osmišljena primjena modela i učila u nastavnom procesu može značajno pridonijeti izgradnji učeničkog konceptualnog razumijevanja matematike. U radionici će biti prezentirani konkretni primjeri modela, učila i učeničkih aktivnosti u izgradnji koncepta broja i algebarskog mišljenja u osnovnoj školi. Neka od učila s kojima će se raditi su geometrijske i algebarske pločice. Od sudionika se očekuje aktivno sudjelovanje i rad u skupinama.

**Sudionici.** Najviše 40 sudionika. Radionica je namijenjena nastavnicima matematike u osnovnoj školi.

## 3D modeliranje u nastavi matematike

**Bosiljko Đerek, prof. savjetnik matematike i fizike**

bosiljko.derek@skole.hr

Osnovna Škola Središće

Neizostavan dio kurikuluma matematike je proučavanje prostora, planimetrija. Planimetrijom se bavimo kroz razlike razrede osnovne i srednje škole, proširujući znanje iz razreda u razred.

Međutim, učenici prečesto imaju poteškoća vidjeti zbog čega je taj dio matematike toliko bitan, zbog čega je toliko važno baviti se planimetrijom. To posebno dolazi do izražaja u dijelu kada se bavimo točkama, pravcima i ravninama u prostoru. Taj dio obično završava šarenilom u učeničkim bilježnicama, iscrtavanjem i bojenjem različitih prizmi, kocki i kvadara, te isticanjem pravaca i ravnina koje pripadaju različitim bridovima, tj. stranama nekog geometrijskog objekta. Učenicima je sve to često zabavno, ali se na kraju uvijek pitaju čemu sve to, u čemu je smisao ovoga što radimo.

Tipičan složeniji zadatak u ovoj cjelini zadatak je u kojem tražimo udaljenost točaka u prostoru (s iste i s različitih strana ravnine).

Na ovoj radionici pokazat ćemo kako se na jednostavan način u kurikulum matematike može ukomponirati projektna nastava, te kako se pomoću elemenata 3D modeliranja može dati smisao onome što radimo na uobičajenim satima matematike u kojima se bavimo planimetrijom i geometrijom prostora.

Sudionici radionice naučit će:

1. koristiti se besplatnim programima za 3D modeliranje (SketchUp i Thinkercad)
2. kako započeti projektnu aktivnost sa svojim učenicima
3. kako projektnu aktivnost ugraditi u svoj uobičajeni kurikulum
4. kako u svojoj školi doći do 3D printer-a
5. kako objekte modelirane u nekom od 3D programa pripremiti za print pomoću 3D printer-a
6. kako 3D modele koje su izradili njihovi učenici smjestiti u neki od metaverse 3D svjetova

Na kraju radionice planirana je diskusija o viđenome, te razgovor o idejama za daljnje korištenje 3D programa u nastavi matematike.

Sudionici radionice moraju imati računalo i pristup internetu.

**Ključne riječi:** 3D modeliranje, 3D programi, Metaverse, 3D ispis, planimetrija, osnovna škola

**Literatura:**

1. Nikolina Kovačević, Ema Jurkin, Geometrija u svijetu 3D modeliranja, Poučak: časopis za metodiku i nastavu matematike, Vol. 14 No. 55, 2013 <https://hrcak.srce.hr/file/185648>
2. A. Čižmešija, R. Svedrec, N. Radović, T. Soucie: Geometrijsko mišljenje i prostorni zor u nastavi matematike u nižim razredima osnovne škole, Zbornik radova 4. kongresa nastavnika matematike RH, 143-162 (2010.)
3. <https://www.tinkercad.com/>

## Smisao projektnog zadatka

Ksenija Gačal

kgacal@gmail.com , ksenija.gacal@skole.hr

III. osnovna škola Čakovec

Već godinama ne koristim gotove (tiskane) provjere znanja. Razlog za to ima nekoliko. S jedne bih strane voljela da postoji nacionalna baza zadatka iz koje bi učitelj mogao izvući zadatke za procjenu „stanja“ u svojim razredima, dok s druge strane volim kreirati vlastite provjere znanja. U tome mi dosta slobode daje mogućnost da se posebno vrednuju usvojenost znanja i vještina, matematička komunikacija i rješavanje problema.

U šk. god. 2021./2022. imam dva šesta razreda koji se razlikuju po samostalnosti i sposobnostima. U nastavnoj cjelini Trokut odlučila sam provesti malo drukčiju provjeru znanja, vještina i razumijevanja naučenog. Provjeru znanja podijelila sam na dva dijela i iskoristila naše školsko dvorište kao teren na kojemu će učenici radom u timu svaki biti karika koja će doprinijeti rješavanju zadatka koji je pred njih postavljen.

Priložit ću 1. dio provjere znanja iz nastavne teme **Trokut** u 6. r. u kojemu ću objasniti svoj pristup u kreiranju zadataka i razradu ishoda koji se provjeravaju prema elementu Usvojenost znanja i vještina. Potom ću kroz materijale koje su učenici dobili pokazati kako sam 2. dio *vrednovanja naučenog* provela kroz projektni zadatak. Cilj projektnog zadatka je primjena matematičkih znanja i vještina na konkretnom problemu koji daje smisao učenju matematike i povezuje apstraktну geometriju sa stvarnošću. Učenici su u svojoj okolini (pločnik školskog dvorišta) pronalazili rješenje problemske situacije i prema danim uputama rješavali problem raspodjelom zadataka unutar tima te zajednički pripremali finalni rezultat (plakat) koji sam kasnije vrednovala prema unaprijed danim kriterijima vrednovanja.

Dobivene ću rezultate pokazati i usporediti s očekivanim ishodima. Prezentirat ću i gotove rade učenika i način njihova vrednovanja (plakata i izlaganja učenika). Osvrnut ću se na probleme na koje sam naišla kod provedbe projektnog zadatka - organizacijske, jer planirani izlazak u školsko dvorište zahtijeva dobre vremenske uvjete i potreban pribor i materijale; vremenske, jer su na samu provedbu potrošena 4 školska sata; dob učenika, jer su šestaši po prvi put timski odrađivali zadatak za ocjenu. Također ću prezentirati najčešća pitanja učenika tijekom njihova rada, koja doista ukazuju na nužnost da ih se češće stavlja u poziciju da rješavaju popularno zvane „probleme iz svakodnevnog života“.

Dvije od 8 ključnih kompetencija cjeloživotnog učenja su: matematička kompetencija i osnovne kompetencije u prirodoslovju i tehnologiji te inicijativnost i poduzetnost. Razvoj tih kompetencija možemo očekivati jedino ako postanu dijelom naše nastave. Osim toga, mislim da učenike moramo navikavati na to da postoje različite razine matematičkih kompetencija (osposobljenosti učenika za razvijanje i primjenu matematičkog mišljenja u rješavanju problema u nizu različitih svakodnevnih situacija) koje možemo vrednovati na različite načine. Ako ih ne vrednujemo, hoće li učenici postati svjesni njihove važnosti u svome osobnom razvoju?

**Ključni pojmovi:** projektni zadatak, vrednovanje

## Kreativnost, mašta i matematika?!

**Ivica Gregurec**, mag. educ. math. et phys.  
učitelj savjetnik

ivica.gregurec@skole.hr

OŠ Đure Deželića Ivanić-Grad

Zbog stereotipa vezanih uz matematiku i matematičare, nameće se pitanje je li kod učenika moguće razvijati kreativnost i maštu na satovima matematike. Iz osobnog iskustva, prateći jednu generaciju, mogu reći da je u cijelom 5. razredu to vrlo teško ostvarivo; u 6. razredu tu i tamo netko iskoči, a javi se i poneki reprezentativni primjerak; u 7. razredu počinje se javljati više kreativnih primjeraka, a tek se veselim onomu što će biti u 8. razredu. U prošloj sam generaciji predavao samo 8. razredima u kojima su se svi učenici pitali kakva je to matematika. Malen broj učenika ohrabrio se za kreativniji iskorak. Zbog novog nastavnog kurikuluma koji daje više slobode i nastave na daljinu odlučio sam se na projektne zadatke umjesto ispita kada je to moguće.

U nekoliko primjera po razredima pokušat ću prezentirati kreativnost i maštu koju su učenici iskazali kroz projektne zadatke. Uz razvijanje mašte i kreativnosti svakako treba učenike redovito upućivati na istraživanje zadanih problema. Za njihovu izradu prvo treba učenike upoznati s različitim alatima (GeoGebra, Book Crator, Thinglink, Canva,...)

Kako bih pratio razvoj učeničke mašte i kreativnosti, odabrao sam sljedeće projektne zadatke:

5. razred: Razlomci i igra, Strip i decimalni brojevi, Rozeta

6. razred: Primjena trokuta u svakodnevnom životu, Omjer i zastave, Temperatura zraka u svijetu

7. razred: Proporcionalnost i/ili obrnuta proporcionalnost u svakodnevnom životu, Anketa i prikaz podataka

8. razred: Izometrije u svakodnevnom životu, Dvorci

Maštu i kreativnost učenika potrebno je postupno razvijati, uz podizanje granice slobode, jer na taj način djecu učimo odgovornosti, a njihova mašta i kreativnost razvijaju se prema željenome cilju.

**Ključne riječi:** kreativnost, mašta, matematika, IKT alati

**Literatura:**

1. Nuria Torin (prijevod Ana Dunna Cezaeo): *Igrom i smijehom kroz djetinjstvo*, Dušević & Kršovnik d.o.o., Rijeka 2007.
2. D. J. Sigel, T. Payne Bryson: *Razvoj dječjeg mozga*“, Harfa, Split, 2015.
3. D. Bouillet i suradnici: *Razvoj modela rane odgojno-obrazovne intervencije u osnovnoj školi: Od ideje do evaluacije*, Forum za slobodu odgoja, Zagreb, 2015.

## Nacrtaj, istraži, dokaži

**Željka Hanžek**

zeljka.hanzek@skole.hr

Osnovna škola „Antun Nemčić Gostovinski“ Koprivnica

U bilo kojem području života potrebna nam je vještina rješavanja problema. Problemske situacije sastavni su dio nastave matematike i kod učenika potiču razvoj stvaralačkih aktivnosti. Osim primjene matematičkih znanja, učenici na ovaj način razvijaju upornost, hrabrost i otvorenost prilikom susreta s novim, nepoznatim situacijama.

Poznati američki psiholog, filozof i znanstvenik u području obrazovanja John Dewey (1859.-1952.) već je prije 100 godina tvrdio da je iskustvo učenika temelj poučavanja i nastave. Stavljaо je naglasak na intelektualni razvoj učenika, osobito vještine rješavanja problema i kritičko mišljenje. “Aktivno učenje odnosi se na školsku praksu koja uključuje učenika u aktivnosti kao što je čitanje, pisanje, raspravljanje ili rješavanje problema, koje potiču mišljenje višeg reda (John Dewey)“ ([2]). U sintagmi „učimo radeći“ sažeta je njegova konceptacija odgoja. Ideje J. Deweyja slijedili su i mnogi drugi znanstvenici.

U predmetnoj nastavi matematike postoji pregršt geometrijskih dokaza koje učenicima možemo smisleno i razumno objasniti samo olovkom i papirom ili korištenjem tehnologije. Iako je pojam fraktala osnovnoškolcima stran i dalek, uz malo likovnosti i zornosti vrlo uspješno otkrivamo nove geometrijske spoznaje i povezujemo ih s izračunom površine likova (trokuta i kvadrata) kao i zbroja njihovih površina koje konvergiraju nekom broju.

Ovim priopćenjem želim pokazati aktivnosti koje sam osmisnila za učenike predmetne nastave vodeći se sintagmom „učimo radeći“. Mjesec ožujak poznat je i po obljetnici rođenja poljskog matematičara W. Sierpinskog, a ne samo po obilježavanju Dana broja pi. Također, primjeri linearnih funkcija u svakodnevnom životu i povezivanje matematike, prirode/biologije i fizike kroz školski projekt *Brzina rasta graha* doprinose većoj aktivnosti učenika, dugotrajnijoj motivaciji te horizontalnoj i vertikalnoj povezanosti kurikuluma.

Sa sigurnošću možemo reći da problemski i istraživački usmjerena nastava utječe na motivaciju učenika u nastavnom procesu, pa i u shvaćanju i učenju geometrije. Istraživačka nastava nam uz pomoć problema koje učenici istražuju pokazuje važnost i primjenu matematike u

svakodnevnom životu. Današnje generacije učenika potiču nas na stvaranje novih nastavnih aktivnosti koje će ih probuditi i aktivirati ne samo kognitivno, nego i fizički.

**Ključne riječi:** dokaz, motivacija, Sierpinski

### Literatura:

1. Matijević, M., (Na)učiti kako se uči (matematika),  
[https://bib.irb.hr/datoteka/510071.Matijevic\\_Matematika\\_samostalno\\_ucenje\\_2.pdf](https://bib.irb.hr/datoteka/510071.Matijevic_Matematika_samostalno_ucenje_2.pdf)  
(preuzeto, 30. 3. 2022.)
2. Milin Šipuš, Ž.: Istraživački usmjerena nastava matematike, <https://meria-project.eu/sites/default/files/MERIA%20Zagreb%20-%20IBMT.pdf> (preuzeto, 9. 4. 2022.)
3. Ovčar, S., Loparić, S. (2008.): Kako primjeniti istraživačku metodu u nastavi matematike, Treći kongres nastavnika matematike, Školska knjiga, Zagreb
4. Polya, G. (1956.): Kako riješiti matematički zadatak, Školska knjiga, Zagreb

## MATEMATIKA JE U OKU PROMATRAČA

Sandra Ježić, prof., učitelj savjetnik

sandra.jezic@zg.t-com.hr

Osnovna škola Sesvete

Učiteljima je najvažniji cilj u pripremi nastave pronalaženje što učinkovitijih načina, metoda i aktivnosti za ostvarivanje ishoda učenja iz *Kurikuluma za nastavni predmet Matematika za osnovne škole i gimnazije*. U ovome radu bit će prikazani primjeri kako ostvariti ishode učenja:

MAT OŠ A.5.1. Brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom modelira problemsku situaciju.

MAT OŠ A.5.5. Računa s decimalnim brojevima.

MAT OŠ D.5.3. Primjenjuje računanje s novcem.

MAT OŠ C.8.2. Analizira i izrađuje modele i mreže uspravnih geometrijskih tijela.

Za ostvarivanje tih ishoda uvažene su preporuke iz *Kurikuluma*:

- procjenjivati i preispitivati smislenost rezultata
- razvijati učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema (vezanog uz novac i račun iz trgovine, račun za mjesečne režije te računanje s decimalnim brojevima)
- mogući projektni zadatak: izraditi zanimljive kutije/ambalaže, ukrase

U radu će biti prezentirane tri aktivnosti za učenike:

- problemski zadatak za učenike 5. razreda *Male matematičke priče* u kojemu su učenici samostalno modelirali matematičke zadatke riječima, a zatim ih, formirajući brojevni izraz, riješili primjenjujući računanje s prirodnim i decimalnim brojevima
- problemski zadatak za učenike 5. razreda vezan uz račun za režije i za račun iz trgovine, analiziranje tog računa, izračunavanje jedinične cijene te cijene za drugu količinu ili masu određenog proizvoda
- projektni zadatak za učenike 8. razreda *Geometrijska tijela u mome domu* u kojem su učenici uočavali geometrijska tijela promatrajući predmete u svome domu, izrađivali iste takve modele

te formirali računske zadatke vezane uz njihovo oplošje, obujam, dijagonalni presjek, dijagonale i sl. te ih riješili

Rezultati zadatka *Geometrijska tijela u mome domu* bit će prikazani kroz fotografije radova učenika, a *Male matematičke priče* bit će prezentirane u digitalnom alatu Book Creator. Također će biti analizirana uspješnost odabranih aktivnosti za ostvarenost ishoda učenja te za ostvarenost očekivanja nekih međupredmetnih tema.

**Zaključak:** Kroz opisane aktivnosti učenici učinkovitije i smislenije usvajaju ishode učenja, a opće matematičke kompetencije - rješavanje problema i modeliranje, povezivanje, logičko mišljenje, zaključivanje i argumentiranje - vode boljem razumijevanju i povezivanju matematike sa stvarnim svjetom u kojemu se matematički koncepti svakodnevno upotrebljavaju.

**Ključne riječi:** modeliranje, problemski zadatak, projektni zadatak

#### Literatura:

1. NN 7/2019-146, Kurikulum za nastavni predmet Matematika za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj
2. Kraljević, H., Čižmešija, A. (2009.): Matematika u nacionalnom okvirnom kurikulumu - ishodi učenja

## PROJEKT SHADOWS

Ivana Katalenac, Ines Gašpert Junek

katalenacivana@gmail.com, ines.gaspert-junek@skole.hr

OŠ Trnsko, Zagreb

Erasmus+ projekt SHADOWS (School and Home use of Advanced Digital Online Worlds in a Serious Game) započeo je 1. rujna 2020. i trebao bi trajati do prosinca 2022. Cilj projekta je izrada igre pomoću koje bi učenici uvježbavali i ponavljali nastavne sadržaje iz različitih nastavnih predmeta, a koja će besplatno biti dostupna učiteljima i učenicima cijele Europske unije. Partneri u projektu su OŠ Trnsko iz Zagreba, Escola Secundaria de Lagoa iz Portugala, Grenaa Gymnasium iz Danske te Ingenious Knowledge, njemačka tvrtka za razvoj videoigara.

Mlade generacije odrastaju u svijetu koji se uvelike razlikuje od svijeta koji je postojao prije samo nekoliko desetljeća. Međutim, obrazovne metode vrlo se sporo mijenjaju i ne odražavaju na način na koji mladi ljudi više vole učiti. Na primjer, mnogi mladi ljudi više ne čitaju knjige za zabavu, pa im je učenje iz knjige „neprirodno“. Kako bi povećao uspjehe u učenju i svladavanju novih sadržaja, svijet obrazovanja treba istraživati nove pristupe i metode njihove integracije u školu.

Posljednjih godina ozbiljne igre pokazale su zanimljiv potencijal za motiviranje mlađih učenika. Međutim, do sada postoji vrlo malo primjera igara koje uspješno kombiniraju visoku motivaciju i zabavu sa solidnim iskustvom učenja. Iz tog razloga potrebno je nastaviti proučavanje novih pristupa igricama koji neprimjetno integriraju sadržaj učenja u igru. Ideja ovog projekta je stvoriti igru u kojoj se učenici igraju heroja u izmišljenom kraljevstvu preplavljenom tamom. Simbolično, tama predstavlja neznanje, a učenici trebaju raditi zajedno kako bi vratili svjetlo (koje simbolizira znanje) u kraljevstvo. Njihovi heroji mogu pobijediti tamu pobijedivši sile neznanja u borbi koja se pokreće uspješnim odgovaranjem na pitanja prije nego što ponestane vremena te rješavanjem malih zadataka na različitim razinama težine. Kako bi bili uspješni, učenici trebaju steći znanja i vještine vezane uz različite predmete u školi. Na primjer, igrači će možda morati očistiti područje u kojem su im potrebne matematičke vještine. Kooperativno učenje igra važnu ulogu u ovoj igri jer učenici igraju zajedno protiv računala i imaju veliku korist od pomaganja jednih drugima u stjecanju znanja i vještina. Igra će biti osmišljena kao mobilni alat za učenje, s namjerom nadopunjavanja nastave u školi.

Nakon godinu dana istraživanja, programiranja i izrade pitanja, u listopadu 2021. svim je partnerima pokazan prvi prototip igre koja će biti prilagođena za igranje na tabletima i mobilnim telefonima. Učenici 7. razreda OŠ Trnsko prvi su imali prilike isprobati prototip igre te su u razgovoru s programerima i učiteljima dali cijeli niz povratnih informacija, prijedloga i komentara za njezino daljnje poboljšanje, a koje su razvojni inženjeri usvojili. U travnju 2022. prototip igre isprobali su i učenici srednje škole u Lagoi koji su također imali pozitivne povratne informacije i neke konstruktivne komentare.

Kako bismo pristup učinili dobro povezanim, aplikacija će biti prilagodljiva tako da učitelji mogu kreirati vlastite module učenja koji su relevantni za njihove učenike i koje će moći podijeliti sa svojim razredom.

**Ključne riječi:** Erasmus, Shadows, igra, učenje

**Literatura:**

1. <https://erasmus-plus.ec.europa.eu/> (19. 4. 2022.)

## CRTAMO ZADATKE – radionica

Ivana Katalenac, Tanja Soucie, Renata Svedrec

katalenacivana@gmail.com, soucie.tanja@gmail.com, renata.svedrec@gmail.com,

OŠ Trnsko, Zagreb; OŠ S. S. Kranjčevića, Zagreb; OŠ Otok, Zagreb

Nastavi matematike (i matematički općenito) često se predbacuje apstraktnost i nedostatak „veze“ sa stvarnošću. Zadatci riječima učenicima su često „teški i nerazumljivi“ pa kod kuće znaju zatražiti pomoć roditelja ili starije braće. Tu za naše učenike nerijetko nastaje dodatni problem. Svi smo se puno puta suočili s činjenicom da roditelji često, u želji da pomognu svojoj djeci, posegну za (djeci) neprimjerenum metodama rješavanja zadataka. Na taj način djeca su dodatno zbumjena, a „mi“ smo krivi jer djeci postavljamo „preteske i neprimjerene“ zadatke.

Roditelji najčešće nisu svjesni da se brojni matematički zadatci, umjesto algebarski, mogu brže, jednostavnije i „elegantnije“ riješiti primjenom grafičkih metoda, dakle – crtanjem! Metoda crtanja (grafičkog rješavanja problema) primjenjiva je i korisna u nastavi od najranije dobi. Nije uzalud poslovica koja kaže da slika govori više od tisuću riječi.

Pripremljene skupine zadataka namijenjene su učenicima od trećeg razreda osnovne do drugog razreda srednje škole. Zadatci su grupirani prema temama, odnosno metodi prikladnoj za njihovo rješavanje. Poseban je naglasak na zadatcima vezanim uz gibanja (kao korelaciji s nastavom fizike), a koje je prilično teško rješavati nekom drugom metodom ili metodama.

Sudionici radionice će, radeći u četveročlanim skupinama, grafičkim metodama rješavati postavljene zadatke, a zatim će svoja rješenja diskutirati i prezentirati ostalim sudionicima.

**Ključne riječi:** crtanje, grafička metoda

### Literatura:

1. \*\*\*: Matematička natjecanja u RH (1992. - 2006.), HMD, Zagreb
2. Mladinić P. (1999.): Grafičko računalo, HMD, Zagreb
3. <https://www.ncvvo.hr/kategorija/drzavna-matura/provedeni-ispiti/> (5.3.2022.)

## Matematička slikovnica i matematički film

Ines Kniewald

ines.kniewald@skole.hr

OŠ Augusta Harambašića, Zagreb

Ove školske godine pri planiranju kurikula na školskom stručnom vijeću dogovorili smo da će učenici 5. i 6. razreda izrađivati matematičku slikovnicu, a učenici 7. i 8. razreda matematički film. Na početku godine učenicima 6. i 8. razreda objasnila sam koji je njihov zadatak te su odmah bili upoznati s rubrikom za vrednovanje. Učenici 6. razreda izrađuju matematičku slikovnicu samostalno, a učenici 8. razreda mogu film izrađivati samostalno ili u timu. Učenici su upoznati s odlukom da će se za Dan škole, 31. 5. 2022. održati Matematički filmski festival te izložba slikovnica.

Cilj ove projektne nastave je potaknuti učenike da promišljaju gdje se oko njih u svakodnevnom životu koristi matematika. Potaknula sam učenike na samostalno postavljanje problema i njihovo rješavanje.

Učenici 6. razreda sami su birali temu za svoju matematičku slikovnicu, a najčešće su birali neku temu koju smo ranije obradili (Djeljivost i razlomci ili Operacije s razlomcima).

Učenici 8. razreda najčešće su se sami grupirali u move. Time će razvijati sposobnost donošenja odluka pojedinačno i u timu, razvijati kritički odnos prema vlastitom i tuđem radu, razvijati sposobnost artikulacije te uvidjeti nužnost i smisao podjele rada (npr. netko će smisliti problemski zadatak, drugi će učenik oblikovati rješenje u odabranom alatu, treći će učenik snimiti objašnjenje zadatka).

Nakon što je svaki učenik završio svoj zadatak, trebao je samostalno vrednovati svoj rad pomoću rubrike za vrednovanje. Rubrika za vrednovanje skraćuje vrijeme potrebno za vrednovanje, jasno definira učiteljeva očekivanja od učenika, potiče kritičko razmišljanje, omogućuje objektivno kriterijsko vrednovanje, unaprjeđuje učenikovo učenje i na kraju omogućava davanje ujednačene povratne informacije učenicima. Učenički radovi vrednovani su u elementu ocjenjivanja *matematička kompetencija*.

Matematički filmovi objavljeni su na mrežnoj stranici škole <http://bit.ly/OSAHfilm>. U mjesecu svibnju bit će organizirano glasanje za najbolji film. Svi učenici koji to budu željeli pokazat će svoj film na našem filmskom festivalu kada će se održati i izložba matematičkih slikovnica.

**Ključne riječi:** matematički film, matematička slikovnica, projektna nastava

**Literatura:**

1. Čižmešija, A.: Projektna nastava matematike, 2006.  
<https://www.slideserve.com/graceland/projektna-nastava-matematike> pristupljeno: 3. 4. 2022.
2. Vrednovanje uz primjere izrade rubrika (<https://mzo.gov.hr/> → Prezentacije-1-2020), pristupljeno: 3. 4. 2022.

## Smislenost rezultata u računanju s razlomcima

Željko Kraljić

zeljko.kraljic@skole.hr

OŠ Ivana Gorana Kovačića Sveti Juraj na Bregu

Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet – Odsjek u Čakovcu

Tijekom ispravljanja radova na županijskom povjerenstvu u 5. razredu u prvom se zadatku pojavilo množenje s 0. U 2. se razredu uči da je, ako je faktor 0, umnožak jednako 0, no dio učenika imao je zapis  $2022 \cdot 0 = 2022$ . Ostali smo iznenađeni tijekom ispravljanja, i to je bio motiv da nakon drugog dijela zimskih praznika riješimo nekoliko jednostavnih zadataka s učenicima 6. razreda koji su baš završili računanje s razlomcima i s učenicima 7. razreda koji su imali računanje u skupu Q na početku nastavne godine.

Radom na Županijskim aktivima i prateći državne skupove često slušamo kako djeca sve više imaju problema s računskim radnjama u svim skupovima brojeva. Razlomci su pogotovo problematični pa se zna dogoditi da se zbrajaju na način da se zbroje brojnik i brojnik te nazivnik i nazivnik, uz mnoge druge pogrešne varijante u ostalim računskim radnjama.

Povratkom s drugog dijela zimskog odmora učenici 6. i 7. razreda rješavali su zadatke uz prezentaciju i upute: njihov zadatak bio je procijeniti koliki su zbroj, razlika, umnožak ili količnik. Učenici su zapisali u bilježnicu brojeve od 1 do 12, a pored njih samo su trebali upisati A, B ili C jer su imali tri ponuđena rješenja. Naglasak je bio na procjeni i smislenosti rješenja bez provođenja pisanog računa i postupaka koje smo ranije učili, uz ograničeno vrijeme, što im je otežavalo rad. Prva tri zadatka bila su zbrajanje, druga tri oduzimanje pa tri množenje i za kraj tri zadataka s dijeljenjem.

Ove zadatke ukupno je rješavao 71 učenik 6. i 7. razreda. Najbolje rješavani zadatak bio je 4. gdje su oduzimali dva razlomka, a najslabije rješavani 11. zadatak gdje je trebalo prirodni broj podijeliti razlomkom. Osmi zadatak i množenje s 0 bio je točno riješen s tek 55 %.

Nakon provedene aktivnosti računanja u sva četiri razreda zaključak je da s učenicima treba češće raditi na ovakav način da procjenjuju rezultate te steknu smisao i osjećaj za broj. Postupke su usvojili i većinu ovih zadataka uz pisani račun riješili bi točno, ali nedostaje istinsko razumijevanje smislenosti da im brojevi koje bi trebali dobiti kao rješenja budu jasni i očigledni.

**Ključne riječi:** računanje s razlomcima, smislenost rezultata

# RAČUNANJE S DECIMALNIM BROJEVIMA

**Blaženka Kunac**

blazenka.kunac@skole.hr, blazenka.kunac@gmail.com

OŠ Pujanki, Split

Računanje s decimalnim brojevima niz je procedura dobro poznatih svim učenicima nakon što ih usvoje u 5. razredu osnovne škole. U pravilu, koriste ih često te provode bez većih problema.

Osim vještina računanja, korisno je poznavati i koncepte koji leže iza njih. Stoga je posebno važno da im učitelj omogući njihovo razumijevanje dobro osmišljenim materijalima.

Nastava se može organizirati tako da učenici otkrivaju pravila za računanje rješavajući niz problemskih zadataka. Pri tome razvijaju i matematičku komunikaciju jer će problemske situacije crtati, koristiti mjerne jedinice i slično, a pritom paziti na točan i precizan matematički zapis.

Zbrajanje i oduzimanje decimalnih brojeva učenicima je posebno blisko rade, primjerice pri odlasku u kupovinu, pa je dobro započeti takvim zadatkom. Problemska situacija obuhvaća odlazak u trgovinu i kupovinu nekoliko artikla te računanje ukupnog iznosa i ostatka novca pri kupovini ako je poznat iznos koji imamo sa sobom. Kroz nekoliko zadataka mijenjamo cijene proizvoda i iznos koji učenik ima sa sobom, pritom zapisujući sve iznose u kunama i lipama, dakle bez korištenja decimalnih brojeva. Učenici će vjerojatno zadatke rješiti tako da, po potrebi, jednu kunu pretvore u 100 lipa i obrnuto, kako bi iznose zapisali uobičajenim zapisom te kako bi mogli oduzeti iznos u kunama i lipama od onoga koji je iskazan samo kunama. Zatim im ponudimo model jediničnog kvadrata podijeljenog na 100 dijelova (stotinke) te ih uputimo na to da sve zadatke rješe tako da iznose novca zapišu samo u kunama, dakle u decimalnom obliku, te da, bojeći odgovarajuće dijelove kvadrata, izračunaju što je potrebno. Nakon toga, koristeći oba postupka koja su proveli, izvodimo zaključak o zbrajanju i oduzimanju decimalnih brojeva tzv. pisanim postupkom.

Množenje uvodimo kroz probleme s površinom pravokutnika. Duljine susjednih stranica su u metrima, najprije kao prirodni brojevi, a zatim u decimalnom zapisu s jednim ili dva decimalna mjesta, a tražimo površinu u metrima kvadratnim. Za očekivati je da će je, ako duljine stranica nisu prirodni brojevi, izračunati tako da duljine stranica prethodno preračunaju u decimetre ili centimetre. Preračunavanje tako dobivene površine u metre kvadratne velik je zalogaj za petaše pa im i ovđe ponudimo rješavanje crtanjem. Duljine stranica tada su decimalni brojevi, koriste jedinični kvadrat, te izvodimo zaključak o tehniči množenja decimalnih brojeva.

Dijeljenje započinjemo jediničnim kvadratom kojem je obojen dio te zadatkom da tako prikazani decimalni broj podijele na određeni broj dijelova pa zapišu odgovarajući brojevni izraz. Zatim situaciju zakomplificiramo tako da djelitelj postane decimalni broj i očekujemo da će otkriti koliko puta taj broj stane u onaj zadan crtežom. Još složenijim zadatkom vodimo ih do zaključka da je praktično djelenik i djelitelj povećati isti broj puta kako bismo lakše dijelili.

**Ključne riječi:** decimalni broj, koncepti, problemska situacija, računske operacije.

**Literatura:**

1. Antunović Piton, B., Kuliš, M., Zvelf, N. (2019): Matematika 5, udžbenik sa zbirkom zadataka za matematiku u petom razredu osnovne škole, 2. dio, Školska knjiga, Zagreb
2. Eberling, S., Grbac, N., Janeš, s., Mrkonjić I. (2019): Moja matematika, udžbenik iz matematike za 5. razred osnovne škole, Alka script, Zagreb

## Decimalni brojevi iz perspektive učenika

Kristina Marković

kristina.markovic2@skole.hr

OŠ Trnsko, Zagreb

U ovom će se radu razmotriti učeničko doživljavanje decimalnih brojeva. Decimalni brojevi u svakodnevnoj su upotrebi te ih učenici susreću u raznoraznim situacijama. Međutim, pitanje je jesu li učenici svjesni značaja upotrebe decimalnih brojeva.

Nakon što su učenici upoznali decimalni zapis broja, trebali su u anketi odgovoriti na pitanja gdje u svakodnevnom životu mogu vidjeti decimalne brojeve te primjenjuju li ih igdje. Učenici navode samo tri situacije: decimalne brojeve viđaju u trgovinama, na benzinskim crpkama i na kraju nastavne godine kod računanja prosjeka ocjena. Mnogi učenici odgovaraju kako oni ne koriste decimalne brojeve, a neki ih i ne uočavaju u svakodnevnom životu. U razgovoru s učenicima nakon ankete uočava se da učenici shvaćaju da su okruženi decimalnim brojevima, no nisu svjesni u kojoj mjeri.

Nakon što su učenici sveladali računske operacije s decimalnim brojevima, zadan im je projektni zadatak. U projektnom su zadatku učenici trebali osmisliti zadatke s primjenom decimalnih brojeva te ih obrazložiti i riješiti. Učenici koji su htjeli, mogli su napraviti i dodatni uradak (osmisliti priču, pjesmicu, strip i sl. na temu decimalnih brojeva). Cilj zadatka bio je potaknuti učenike na uočavanje situacija u kojima se može vidjeti upotreba decimalnih brojeva. U radu će biti prikazani primjeri učeničkih radova u projektnom zadatku na temu decimalnih brojeva. U projektnim zadatcima učenici su kreativno, maštovito i zanimljivo prikazali decimalne brojeve, kao i njihovu primjenu. Neke zadatke učenici su prezentirali svom razrednom odjelu, a neke su zadatke učenici rješavali u timovima.

Nakon obrade čitave cjeline o decimalnim brojevima i sumativnog vrednovanja učenika, opet su trebali u anketi odgovoriti na pitanja gdje u svakodnevnom životu viđaju decimalne brojeve te primjenjuju li ih igdje. Njihovi odgovori na pitanja bogatiji su i šireg spektra. Uočava se i veza uspjeha pojedinih učenika i količine njihovih primjera navedenih u završnoj anketi. U pravilu učenici koji su imali bolji rezultat na sumativnom vrednovanju imaju više primjera.

**Ključne riječi:** decimalni broj, projektni zadatak

## Smislu, gdje si?

Ana Martinčević

ana.novoselic@skole.hr

OŠ "Mladost" Osijek, Osijek

Naglo i nekontrolirano povećanje broja stanovnika u posljednjih stotinu godina te intenzivno iskorištavanje prirodnih resursa na Zemlji rezultiralo je krizom okoliša, odnosno stvaranjem neravnoteže u ekološkim sustavima, koja neprekidno traje. Usپoredno s tim povećavaju se ekomska i socijalna nejednakost. Riječ je o vrlo složenom problemu kojem je potrebno pristupiti interdisciplinarno, s ciljem stvaranja društva temeljenog na održivosti. Implementacija načela i vrijednosti održivog razvoja odgovornost je odgoja i obrazovanja.

Sadržaji vezani za temu *Održivi razvoj* implementirani su u program obveznih nastavnih predmeta te program izbornih nastavnih predmeta s iznesenim ciljevima, zadaćama, odgojno-obrazovnim sadržajima i ciljevima koje treba postići poučavanjem/učenjem u svakoj temi (odgojno-obrazovna postignuća). Među tim ciljevima i zadaćama jest učenike osposobiti za razumijevanje i otkrivanje svijeta u kojemu žive, za razumijevanje prošlosti i sadašnjosti u svijetu prirode i društva, uočavanje čovjekova odnosa prema prirodi i društvu, ljudskom stvaralaštvu, materijalnim i duhovnim vrijednostima te međuljudskim odnosima.

Ciljevi odgoja i obrazovanja u osnovnoj školi su: osigurati sustavan način učenja o svijetu, prirodi, društvu, ljudskim dostignućima, o drugima i sebi; poticati i kontinuirano unaprjeđivati intelektualni, tjelesni, estetski, društveni, moralni, duhovni razvoj učenika u skladu s njegovim sposobnostima i sklonostima; stvoriti mogućnosti da svako dijete uči i bude uspješno; osposobiti učenike za učenje, naučiti ih kako učiti i pomoći im u učenju; pripremiti učenike za mogućnosti i iskušenja koja ih čekaju u životu; poučiti učenike vrijednostima dostoјnih čovjeka.

Matematika je oduvijek bila, i danas je, pokretač brojnih promjena te je siguran vodič kroz izazove koje nam donosi budućnost. Zbog toga se s izazovima 21. stoljeća može nositi samo osoba koja je matematički pismena, posjeduje matematičke kompetencije i kompetencije koje se njeguju matematikom.

Veza između matematike i stvarnoga života na prirodan način potiče razvoj učinkovitoga korištenja računalnih alata i tehnologije, ali i očuvanje okoliša i „proizvodnju“ otpada.

U nastavnoj cjelini „Razlomci 5R“, kroz nastavne sadržaje matematike i njihovo usvajanje provukli smo paralelu s proizvodnjom otpada u kućanstvu u tjedan dana i mjesec dana, razvrstavali otpad i izražavali količine proizvedenog otpada razlomcima te količine otpada smještali na brojevni pravac.

Na satu razrednika istraživali smo što je održivi razvoj, vrste otpada, što je 5R, osvijestili koliko otpada proizvodimo te radili poruke za budućnost, kvizove i prezentacije.

Ujedno smo koristili i IKT alate naučene u ovoj nastavnoj godini (Power Point, Coggle, Canva, Kahoot, Sway, Buncee).

Inspiracija je došla sudjelovanjem naše škole na Zero Waste poligonu.

**Ključne riječi:** matematika, razlomci, održivi razvoj, otpad, 5R.

### Literatura:

1. Andić, D., Djeca, okoliš i održivi razvoj,

[https://www.ufri.uniri.hr/files/nastava/nastavni\\_materijali/190318\\_dunjaandjic\\_djecaokolisodrzivirazvoj.pdf](https://www.ufri.uniri.hr/files/nastava/nastavni_materijali/190318_dunjaandjic_djecaokolisodrzivirazvoj.pdf)

2. Kurikulum za predmet matematika

[https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/06/ODR\\_kurikulum.pdf](https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/06/ODR_kurikulum.pdf) (24.3.2022)

3. Hrgović, I., Diplomski rad - Međupredmetna tema Održivi razvoj u odgojno-obrazovnom sustavu Republike Hrvatske

<https://repozitorij.pmf.unizg.hr/islandora/object/pmf%3A6153/datastream/PDF/view>  
(24.3.2022)

4. Pajdaković, V., Priprema - Osnovno o razlomcima

<https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/02/MATEMATIKA-5.-O%C5%A0-Osnovno-o-razlomcima-VP.pdf>

5. Majdiš, B., Priprema razlomci - Izračunavanje dijela cjeline

<https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2019/07/MATEMATIKA-5-O%C5%A0-Uvo%C4%91enje-razlomaka-izra%C4%8Dunavanje-dijela-cjeline-BM.pdf> (22.3.2022).

6. Majdiš, B., Priprema razlomci - Ekvivalentni razlomci

<https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2019/07/MATEMATIKA-5-O%C5%A0-Uvo%C4%91enje-razlomaka-pomo%C4%87u-legi%C4%87a-Ekvivalentni-razlomci-BM.pdf>  
(24.3.2022.)

7. Zero Waste utrka <https://different.hr/zero-waste-hrvatska/> (24.3.2022)

## **Smisao digitalnih udžbenika u matematici**

Melita Milić (PROFIL)

Prema recentnim istraživanjima 47 % građana Republike Hrvatske nema osnovne digitalne vještine koje su temelj za život i rad u vremenu u kojem tehnologija ima sve veću važnost. Stoga je, uz potporu građanima koji nemaju potrebne digitalne vještine, nužno osnažiti i generacije koje tek izlaze iz obrazovnog sustava kako bi koristile digitalnu tehnologiju na učinkovit način. Važan doprinos tome dan je pilot-projektom, a zatim i projektom e-Škole: Razvoj sustava digitalno zrelih škola (II. faza).

Promišljanjem o digitalno zrelim školama i matematici nameću se i neka pitanja:

Gdje je granica i koji je smisao korištenja digitalnih udžbenika u nastavi, a posebno u matematici?

Imaju li druge zemlje pozitivna ili negativna iskustva i kojim putem mi trebamo krenuti ako želimo biti u korak sa zemljama koje su na testiranjima iz matematike u samome vrhu?

Cilj ovoga rada je kroz istraživanje na malom uzorku škola uvidjeti ima li temelja za veće istraživanje koje bi se radilo u okviru doktorskoga rada postavljanjem istraživačkog pitanja: Jesu li nastavnici matematike u digitalno zrelim školama skloniji primjeni digitalnih udžbenika u nastavi?

## Zanimljive metode kvadriranja brojeva

**Toni Milun, Mirjana Spajić Buturac, Viktor Naja Škobalj**

toni@tonimilun.com, mirjana.buturac@skole.hr , viktor.naja.skobalj@racunarstvo.hr

Visoko učilište Algebra, Obrtnička škola za osobne usluge u Zagrebu, Visoko učilište  
Algebra

Svjesni smo da u radu s mlađim generacijama učenika nailazimo na izazove u motivaciji za učenje i usvajanje gradiva. Nastavnici su u velikoj mjeri primorani tražiti nove, zanimljivije načine prenošenja znanja. U ovom radu bit će predstavljeno nekoliko metoda kvadriranja prirodnih brojeva za koje su učenici pokazali veliki interes tijekom nastave.

Ovaj rad nastao je nakon što je student pitao nastavnika je li upoznat s metodom kvadriranja prirodnih brojeva koju je samostalno osmislio. Metoda je vrlo jednostavna i lijepo se grafički može prikazati. Naveo je sljedeći primjer:

$$57^2 =$$

Rješenje se dobije tako da se izračunaju tri vrijednosti i zapisuju jedna ispod druge. Prvi korak je izračun umnoška znamenke desetica i cijelog broja  $5 \cdot 57 = 285$ .

Drugi korak je umnožak znamenke desetica i znamenke jedinica  $5 \cdot 7 = 35$ . Rezultat se napiše ispod prvog rezultata tako da su znamenke jedinica jedna ispod druge.

Treći korak je izračun kvadrata znamenke jedinice  $7^2 = 49$ , a rezultat se napiše ispod prethodna dva, ali jedno mjesto udesno. Ta se tri iznosa zbroje. Matematički se izraz može zapisati kao  $(5 \cdot 57 + 5 \cdot 7) \cdot 10 + 7^2$ .

Valjanost metode lako se može dokazati ako se dvoznamenkasti broj  $xy$  zapiše u obliku  $10x + y$  i koristi izraz za kvadrat razlike  $(10x + y)^2 = 100x^2 + 20xy + y^2$ .

U ovom radu bit će prikazane i neke druge metode kvadriranja brojeva poput univerzalnog kvadriranja dvoznamenkastih brojeva, kvadriranja brojeva pomoću baze, kvadriranja brojeva čije sve znamenke iznose jedan, itd.

Vjerujemo da će metode koje će biti prezentirane pomoći u pobuđivanju većeg interesa za učenje. Osim toga ove metode mogu potaknuti učenike da samostalno potraže neke svoje načine množenja, dijeljenja ili kvadriranja brojeva.

**Ključne riječi:** kvadriranje, prirodni brojevi, Vedska matematika

**Literatura:**

1. Kumar, P. (2014): Vedska matematika, Harša, Bregana
2. Tirthaji, B. K. (2015); Vedic Mahematics, Motilal Banarsidass, India

## Tehnike razvijanja imaginacije

**Tamara Nemeth**

tamara.nemeth01@gmail.com

OŠ Špansko Oranice, Zagreb

Kreativnost je, prema izvještaju Svjetskog gospodarskog foruma iz 2016. godine, 2015. godine bila deseta po važnosti vještina potrebna na globalnom tržištu rada. Izvještaji SGF-a nakon 2016. potvrđuju kreativnost kao jednu od ključnih vještina te je 2020. bila među prve tri, a projekcije za 2025. godinu kreativnost pozicioniraju na peto mjesto ključnih vještina globalnog tržišta rada.

Pri rješavanju matematičkih zadataka gotovo redovito posežemo za konvergentnim mišljenjem koje nas poput lijevka vodi do jednoznačnog rješenja. Za kreativnost, za iznalaženje originalne ideje koja ima neku vrijednost, potrebno je misliti divergentno. Divergentno mišljenje, ono koje se raspršuje, kojim stvaramo asocijacije na različite elemente problema i fokus na raznolika moguća rješenja (potrebno npr. u rješavanju zagonetki) pri rješavanju „šablonskih“ zadataka ili stjecanju automatizacije računanja, nije nam potrebno. Međutim, matematika itekako omogućuje razvijanje vještine kreativnog rješavanja problema za koje je potrebno divergentno mišljenje. Nažalost, usprkos mnogim mogućnostima za educiranje učitelja, teme vezane za kreativno mišljenje nekako su se provukle ispod radara.

Tina Seelig, profesorica na Stanfordu, osmisnila je Inovacijski motor koji se sastoji od tri vanjska faktora: resursi, kultura i habitat te tri unutarnja faktora: imaginacija, znanje i stav. Navedeni faktori, njihova sinergija i međudjelovanje čine kreativnost. U ovom je priopćenju izdvojena imaginacija i tehnike koje potiču njeno razvijanje.

Tri tehnike (metode) razvijanja imaginacije:

- framing (uokviravanje)
- spajanje i kombiniranje
- preispitivanje prepostavki

Priopćenje za svaku od navedenih tehnika imaginacije sadrži primjere različitih zadataka kojima su sadržaj gradivo predmetne nastave matematike u osnovnoj školi, a ovdje slijede dva primjera zadatka za tehniku: spajanje i kombiniranje.

Zadatak: *Zagreb je jednoga dana 2013. godine bio prekriven s 46 milijuna tona snijega. Dio toga snijega odvražan je kamionima nosivosti 12 tona. Ako je kamion dugačak 8.5 m, koliko bi bila duga kolona koja bi se formirala od broja kamiona potrebnih da se 46 milijuna tona snijega*

*makne iz Zagreba? Na zemljopisnoj karti nađi grad do kojeg bi od Zagreba dosezala takva kolona kamiona.<sup>(5)</sup>*

Zadatak: *Prosječna debljina papira je 0.2 mm. Ako se uzme list papira i presavije na pola, dobije se papir debljine 0.4 mm. Tako presavijeni papir opet presavijemo, pa mu je debljina sada 0.8 mm. Nastavimo presavijati na isti način. Koliko puta treba presaviti taj papir da njegova debljina bude jednaka udaljenosti Mjeseca od Zemlje?<sup>(1)</sup>*

**Ključne riječi:** kreativnost, nastava matematike, tehnike imaginacije, Tina Seelig

### Literatura:

1. Draženović Žitko, V., Golac Jakopović, I., Goleš, B., Lobor, Z., Marić, M., Nemeth, T., Stajčić, G., Šikić, Z., Vuković (2021): M.- MATEMATIKA 8, Profil Klett, Zagreb
2. Korkut, D., Kopal, R. (2018): Kreativnost 4.0: evolucija i revolucija, Algebra d.o.o. i Visoko učilište Effectus, Zagreb
3. Nemeth, T., Korkut, D., Kopal, R. (2021): Primjena inovacijskog motora na primjeru nastave matematike, fip, volume 9, number 1, str. 7-20.
4. Seelig, T. (2015): InGenius: A Crash Course on Creativity, HarperOne, San Francisco, USA
5. Šikić, Z., Draženović Žitko, V., Golac Jakopović, I., Goleš, B., Lobor, Z., Marić, M., Nemeth, T., Stajčić, G., Vuković (2020): M.- MATEMATIKA 7, Profil Klett, Zagreb

## Zadatci otvorenog tipa u osnovnoj školi

Dražena Potočki, Antonela Matajić

drazena.potocki@gmail.com, antonela.matajic@gmail.com

Osnovna škola Novska, Osnovna škola Rajić

Učitelji matematike često se osjećaju kao da vode tešku bitku pokušavajući u potpunosti odraditi GIK, zadovoljiti specifične potrebe svih svojih učenika, uspješno implementirati različite projekte, određivanje projektnih dana i sl. U nedostatku vremena često posežu za klasičnom, tradicionalnom nastavom koja u središte stavlja učitelja kao prenositelja znanja i osobu koja ima dominantnu ulogu na satu. Tijekom takve nastave prevladavaju i zadatci različite težine, ali s poznatim postupkom rješavanja. Odmakom od tradicionalne nastave i rutinskih zadataka učenici možda rješavaju manje zadataka, ali razvijaju svoje matematičke sposobnosti rješavanja problema i kreativnog mišljenja. U tome veliku ulogu igraju zadatci otvorenog tipa. Time se mijenja i uloga učitelja koji postaje menadžer nastave.

Zadatci otvorenog tipa su oni koji imaju više mogućih odgovora. Naglasak je na procesu rješavanja problema, a ne na samome rezultatu. Mogu biti u obliku izjava, pitanja, zadataka, projekata ili nastavnih metoda. Različiti učenici mogu koristiti različite vrste razmišljanja i nema unaprijed određenih ispravnih ishoda. Zadatci ovakvog tipa mogu imati pozitivan emocionalni učinak na sve učenike, podižući njihovo samopoštovanje. Jedna od glavnih kvaliteta digitalnih igara je njihova mogućnost da motiviraju i uključe igrače. Ove aktivnosti potiču divergentno razmišljanje o nekoj temi. Stavovi nastavnika, kriteriji ocjenjivanja i postupci također moraju poticati učenike da krenu različitim putovima i nude kreativne odgovore. Učenici spremnije sudjeluju u nastavnom procesu kada shvate da postoji mnogo mogućnosti za točne odgovore. Zadatci otvorenog tipa zanimljivi su i izazovni. Učiteljima daju uvid u dubinu učeničkog znanja, upotrijebljene strategije rješavanja problema i način razmišljanja.

Tijekom ovog izlaganja istaknut ćemo što su zadatci otvorenog tipa, koja je uloga učitelja, te kako se pri tome mijenja nastavni proces. Odgovorit ćemo i na pitanje kako zadatke otvorenog tipa uključiti u svoju nastavu. Naglasak ćemo staviti na kreiranje i primjere zadataka otvorenog tipa. Nažalost, u današnjim udžbenicima matematike takvi zadatci nisu zastupljeni u dovoljnoj mjeri pa ovim putem želimo potaknuti učitelje da sami osmisle i upotrijebe zadatke otvorenog tipa u svrhu podizanja kvalitete nastave i učeničkog znanja i razumijevanja matematike.

**Ključne riječi:** zadaci otvorenog tipa, učitelj menadžer, moderna nastava

**Literatura:**

1. Koritnik LJ., Koritnik M. (2019.): Zadaci otvorenog tipa, MIŠ, god. XXI, br. 102, str. 56-60.
2. <https://possibilitiesforlearning.com/curriculum-differentiation/process-differentiation-options/open-endedness/> (19. 4. 2022.)
3. <https://repositorij.mathos.hr/islandora/object/mathos%3A60/datastream/PDF/view> (19. 4. 2022.)
4. <https://www.slideserve.com/willis/zadaci-otvorenog-tipa-nova-kultura-zadataka-u-nastavi-matematike> (19.4.2022.)

## MATEMATIČKI LOV NA BLAGO

**Dražena Potočki, Antonela Matajić**

drazena.potocki@gmail.com, antonela.matajic@gmail.com

OŠ Novska, OŠ Rajić

Najčešće se o matematici govori kao o najtežem predmetu. Matematika ne oprašta prethodne propuste i zahtijeva kontinuiran rad, a znamo da je današnje generacije sve teže motivirati na kontinuiranost u radu i da lako odustaju pred preprekama.

Danas nam je dostupno mnoštvo digitalnih alata koje možemo koristiti u svrhu poučavanja matematike. Često učenicima "dosadni" zadaci postanu izazovni i uzbudljivi ako samo promijenimo način na koji ćemo ih učenicima prezentirati. Uvođenje digitalnih alata i igre pokazalo se kao uspješan način povećanja učeničke motivacije. Današnji učenici odrasli su u svijetu digitalnih igrica i treba ih usmjeriti na njihovo korištenje i u edukacijske svrhe.

Digitalne igre u nastavi mogu razvijati kognitivne, spacialne i motoričke vještine, i mogu poboljšati IKT vještine. Mogu se koristiti za poučavanje činjenica (npr. znanje, prisjećanje, mehaničko učenje ili memoriziranje), principa (npr. veza između uzroka i posljedice), te kompleksno rješavanje problema kako bi se povećala kreativnost ili osigurali praktični primjeri koncepata i pravila koje bi bilo teško ilustrirati u realnosti.

Digitalne igre mogu imati emocionalni učinak na igrače podižući njihovo samopoštovanje (pod uvjetom da se provodi prikladni nadzor) i omogućujući im da se uključe u društvene aktivnosti i njeguju učeničke kognitivne sposobnosti. Jedna od glavnih kvaliteta digitalnih igara njihova je mogućnost da motiviraju i uključe igrače. Digitalne igre sadrže bogatu raznolikost auditivnih, taktilnih, vizualnih i intelektualnih stimulusa koji ih čine ugodnima i, do neke mjere, zaraznim.

U ovom izlaganju prikazat ćemo kako pomoću digitalnih alata možemo organizirati igru *Lov na blago* s matematičkim sadržajem. Lov na blago motivira učenike jer im samo ispravno rješenje zadatka omogućuje prelazak na sljedeći. Igra se može učenicima dati u sklopu redovne nastave matematike, u sklopu matematičkih projekata te prilikom obilježavanja raznih matematičkih događanja kao što su npr. obilježavanje dana broja Pi. Igru učenici mogu igrati na svom uređaju, u učionici ili kod kuće, ili ono što je najuzbudljivije: koristeći unutarnji i vanjski prostor škole kao poligon za igru.

Želja nam je ovim izlaganjem pokazati neke naše uratke i motivirati ostale učitelje da svoju učiteljsku praksu obogate zanimljivom igrom uz pomoć digitalnih alata kao što su Bookwidget, Genially i Google obrasci.

**Ključne riječi:** digitalne igre, Lov na blago

**Literatura:**

1. <https://www.bookWidgets.com/blog/2019/10/how-to-create-an-escape-the-classroom-game-free-lesson-examples> (15.4.2022.)
2. <https://www.bespokeclassroom.com/blog/2019/10/4/how-to-build-a-digital-escape-room-using-google-forms> (15.4.2022.)

## **Mathematics enacted with the human orrery**

**Emmanuel Rollinde**

CY Cergy Paris Université / INSPE de Versailles

Laboratoire de Didactique André Revuz

The Human Orrery is a 2D representation of the Solar System on which learners and teachers can move. Established by calculations and astronomical considerations, the Human Orrery offers teachers the possibility of an interdisciplinary approach to scientific concepts (mathematics and physics). We shall first describe the enactive use of such a resource. We shall then propose to analyse a sequence carried out by two mathematics teachers with 15 years old pupils. The final objective is the construction of elliptical planetary orbits. The pupils construct an ellipse starting from arcs of circle in the micro-space, and by a homothety in the meso-space. We analyse the activity of the students in both spaces and the links they manage to build in this way.

## ***Escape the world – interaktivna igra u Minecraft Education Edition platformi - radionica***

**Elvisa Sekulić**

elvisa.sekulic@skole.hr, elvisa.sekulic@gmail.com

U posljednje dvije godine u hibridnoj nastavi i nastavi na daljinu učitelji su se suočili s velikim izazovom i pitanjem kako učenike kvalitetno educirati i konstantno uključivati u rad, a da oni budu motivirani i angažirani u rješavanju matematičkih zadataka. Nužno je bilo mijenjati način rada i suradnje s učenicima pa sam započela s korištenjem Microsoftovih alata, posebice Minceraft Education Edition platforme. U posljednje dvije godine, osim uvođenja novih metoda poučavanja, započela sam temeljiti rad i usvajanje matematičkih sadržaja na učenju kroz igru i istraživanje matematičkih koncepata, vjerujući da će takvo učenje dugoročno rezultirati razvijanjem učeničkih temeljnih vještina nužnih u 21. stoljeću. Često se nađemo u situaciji da odbacujemo igru u nastavi jer smatramo da ćemo izgubiti previše vremena, a zauzvrat dobiti malo toga. No matematika, igra i digitalni alati mogu biti dobitna kombinacija. Dobro osmišljena aktivnost utjecat će na učeničku motivaciju, jačati njihovo samopouzdanje i razviti pozitivne emocije.

U sklopu programa Microsoft Innovative Expert iskoristila sam platformu Minecraft Education Edition za nastavu matematike. Uskladila sam i izradila svoje nastavne lekcije s mogućnostima koje ta platforma nudi za osmišljavanje kreativnih promišljenih svjetova, i pri tome pratila standarde i STEM kurikulume. Igre u Minecraftu sadržavale su odgojno-obrazovne ishode nastavnog predmeta Matematika i međupredmetnih tema (Održivi razvoj). Uključivale su zanimljive aktivnosti za učenike i rješavanje određenih problema na putu do uspješnog dolaska do završetka igre. Učenici su planirali, dizajnirali, zajednički stvarali strukture i funkcionalni svijet u Minecraftu. Pritom su učili kako učinkovito komunicirati i surađivati na zadanom projektu. Nastavne sadržaje iz predmeta Matematika prilagodila sam i virtualnom okruženju i nastavi u učionici. Prednost Minecrafta jest njegova dostupnost, jednostavnost uporabe, i to što učenik može izgraditi realističan prikaz stvarnog svijeta. Korištenje Minecrafta u nastavi u našem slučaju dokazuje da neformalna i alternativna okruženja za učenje često bolje funkcioniraju od formalnih i tradicionalnih okruženja za učenje jer je potaknulo učenike na sudjelovanje i dublji angažman u sadržaju za učenje. Gradnjom zajedničkog svijeta učenici su dobili osjećaj zajedničke svrhe i identiteta.

Tijekom radionice učitelji i nastavnici upoznat će se s prednostima korištenja platforme Minecraft Education Edition u nastavi matematike, te s tim koliko ona može pridonijeti većem angažmanu učenika, neovisno o vremenu i mjestu. Očekujem da će ih zainteresirati za rad u tome programu s ciljem da na taj način učenja kroz igru učenike potaknu na razvoj ili poboljšavanje vještina nužnih za 21. st., npr. vještine pomnoga planiranja ili vještine prostorne orijentacije.

Tijekom radionice učitelji će se upoznati s radom u Minecraftu te naučiti kako stvoriti interaktivnu igru sa sadržajima za učenike. Igra je osmišljena tako da se učenici kreću po svijetu. Kada uspješno riješe aktivnost ili zadatak, teleportiraju se na iduće mjesto gdje ih očekuje iduća aktivnost ili zadatak. Kada učenici riješe sve zadatke, na kraju dobiju upute ili zadatak kako samostalno izgraditi dio svijeta jer su im na raspolaganju svi resursi igre. U samoj igri postoje različite mogućnosti postavljanja aktivnosti ili zadataka, tako da možemo osmisliti posebne stanice za učenike s teškoćama prilagođene baš tom učeniku. Sam alat omogućava da igru maksimalno individualiziramo potrebama naših učenika i prilagodimo sadržaju koji želimo koristiti. Tijekom radionice učitelji će imati priliku dobiti uvid u svijet koji sam izgradila zajedno s učenicima, te pogledati učeničke povratne informacije: što ih je motiviralo tijekom ove školske godine, što su naučili, što im je predstavljalo izazov tijekom rada na Minecraft Education Edition platformi.

U sklopu radionice analizirat ćemo i evaluirati nekoliko primjera gotovih uradaka.

**Ključne riječi:** escaperoom, igra, Minecraft Education Edition

### Literatura:

1. <https://education.minecraft.net/en-us/resources/explore-lessons> (17.4.2022.)
2. <https://education.minecraft.net/en-us/blog/five-social-benefits-of-introducing-minecraft-to-your-school> (17.4.2022.)
3. <https://www.engineeringforkids.com/about/news/2021/june/how-can-minecraft-be-used-as-an-educational-tool/> (17.4.2022.)